



# Estudio y aplicación del filtro de Kalman para la seguimiento de componentes en señales eléctricas

Oriana M. Simonovets<sup>a</sup>\*, Manuel A. Mazzoletti<sup>a</sup>, Ivo F. M. Lory<sup>a</sup>, Ángel G. Garcilazo<sup>a</sup>

Fernando D. Antunez<sup>*a*</sup>

<sup>a</sup> LIDEE-Facultad de Ingeniería, UNaM

e-mails: simonovetsoriana@gmail.com, ivoflory@gmail.com, amazzoletti@fio.unam.edu.ar ggarcilazofio@gmail.com, fernandodanielantunez@gmail.com,

**Resumen** En este trabajo se presentan los resultados de un estudio basado en el análisis y evaluación del filtro de Kalman para el seguimiento de componentes en una señal eléctrica. Conocer los estados de funcionamiento en los sistemas dinámicos es importante para evaluar su comportamiento en tiempo real. En este sentido, el filtro de Kalman es un algoritmo versátil que puede ser aplicado para la estimación de amplitudes en señales no estacionarias. En este trabajo se presenta el modelo en espacio de estado y se describe su principio de funcionamiento para predecir un estado no medible a partir de un modelo de señal observada. Se presentan resultados de simulación mediante la implementación del filtro con el objetivo de evaluar su desempeño frente a distintas señales con distorsión armónica y cambios de amplitud.

Palabras Claves – Filtro de Kalman, Componentes armónicas, Señales eléctricas.

# 1 Introducción

Cuando se trata de análisis de armónicos, la transformada rápida de Fourier (FFT) es la técnica más utilizada. Este algoritmo permite la obtención del espectro de frecuencia de tensión y corriente de una señal de corriente alterna (CA) muestreada en tiempo discreto [1]. La FFT tiene la ventaja de que se puede aplicar de manera sencilla en señales periódicas, además, varios programas de simulación traen esta función disponible, lo que permite hacer un estudio rápido del espectro de una señal. Sin embargo, la precisión de este algoritmo depende de la naturaleza de la señal y del sistema de muestreo. Las amplitudes de las componentes de la señal no deben variar con el tiempo y la frecuencia de muestreo debe ser mayor que el doble de la frecuencia más alta de la señal a analizar. Además, en presencia de ruido aleatorio el espectro estará contaminado por esta perturbación, modificando las amplitudes de las componentes.

Para evitar este tipo problemas en el análisis de las señales, se utiliza el filtro de Kalman para estimar el estado de un sistema a partir de datos medidos en tiempo real con alto contenido de ruido.

Es un algoritmo recursivo desarrollado originalmente por el ingeniero húngaro Rudolf Kalman, es similar al observador de Luenberger, pero también es efectivo cuando el sistema está sometido a ruido blanco aditivo. La diferencia principal entre ambos radica en que, en el observador de Luenberger [2],la ganancia de realimentación del error debe ser antes preestablecidas, mientras que el filtro de Kalman se define de forma óptima mediante el calculo de las varianzas de los ruidos que afectan al sistema. El filtro de Kalman proporciona una mejor estimación de las magnitudes con un menor número de muestras y en un menor período de tiempo, permitiendo realizar un seguimiento de los parámetros variables en el tiempo, en comparación con la FFT y la DFT [3]. Para hacer esto, hay que implementar la señal a analizar en el modelo de espacio de estados.

Otras técnicas de estimación de armónicos incluyen los lazos de enganche fase (PLL, Phase Locked Loop) [4], marcos de referencia síncronos utilizando la transformada de Park [5], entre otros. Un PLL realiza el filtrado de las señales para generar una señal de salida con la misma frecuencia, amplitud y fase que la entrada. Los PLL se aplican en general para la detección de la componente fundamental de secuencia positiva de la tensión de red. En [5] se utiliza la transformada de Park para expresar las señales en *abc* hacia otro marco de referencia denominado *dq0*. Luego, se utiliza un filtro clásico de característica pasa-bajos para la separación de cada componente de secuencia.

Bajo el mismo concepto, para sistemas trifásicos dinámicos puede aplicarse el filtro de Kalman. Esta técnica es especialmente útil en el procesamiento digital en tiempo real, donde los datos de entrada se adquieren con ruido. En [6] se utilizó el filtro de Kalman para estimar las componentes armónicas de una señal trifásica. En base a estas señales, el filtro estima las magnitudes de los armónicos en componentes de secuencia. Por otro lado, en [7] se utilizó el filtro para detectar averías en la máquina de inducción mediante el seguimiento de componentes armónicas en tiempo real.

En este trabajo se presentan los resultados de un estudio basado en el análisis y evaluación del filtro de Kalman para el seguimiento de componentes en una señal eléctrica. Se describen el modelo analítico del filtro con sus etapas inicio, predicción y corrección. A partir de este modelo, se implementa el filtro de Kalman en simulación para analizar su desempeño frente a distintas señales con distorsión armónica y cambios de amplitud.

## 2 Sistema lineal en espacio de estado

Se entiende como espacio de estado al conjunto de todos los posibles estados de un sistema dinámico. La ecuación (1) se denomina ecuación de estado, mientras que (2) es la ecuación de observación.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + v(k)$$
(1)

$$y(k) = C(k)x(k) + w(k)$$
(2)

donde: x(k) es el vector de estado; u(k) es el vector de entrada; v(k) es el ruido del sistema, con covarianza Q(k); y(k) es el vector de salida; w(k) es el ruido de medición, con covarianza R(k); A es la matriz de estado; B es la matriz de entrada y C es la matriz de salida.

En la Fig. 1 se presenta el diagrama de bloques del modelo de espacio de estados.



Fig. 1: Diagrama de bloques del modelo en espacio de estados

El filtro de Kalman permite estimar el estado x(k) a partir de las mediciones anteriores de u(k-1), y(k-1), Q(k-1), R(k-1) y las estimaciones anteriores de x(k-1). v(k) y w(k) representan los procesos estocásticos de los ruidos del sistema y de medida, respectivamente, y se consideran ruidos blancos de media cero e independientes.

# 3 El algoritmo de Kalman

El algoritmo de Kalman está compuesto por dos pasos fundamentales: la predicción, donde interviene el estado inicial, y la corrección, que se realiza en base a las observaciones aplicando la ganancia de Kalman. El objetivo es encontrar el valor de esta ganancia que minimice el error de estimación. Además, intervienen en el algoritmo las señales de ruido, las cuales son aleatorias y por ende se modelan a través de procesos estadísticos. Para poder modelar el ruido hay que tener en cuenta algunas herramientas estadísticas, como ser la esperanza matemática, E, y la covarianza (ver en Apéndice A).

# 3.1 Error de estimación

El objetivo del algoritmo es estimar el valor óptimo del vector de estado x(k) basándonos en las medidas ruidosas y(0), y(1), y(2), ..., y(k). Para lograr esto hay que minimizar matriz de covarianza del error, dada por

$$P(k) = E[e(k)e^{T}(k)]$$
(3)

Donde e(k) es el error de estimación, dado por la diferencia entre el estado real del sistema, x(k) y el estado estimado,  $\hat{x}(k)$ .

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \tag{4}$$

#### 3.2 Estado inicial

Se asume que se conoce el valor medio del estado inicial y su matriz de covarianza.

$$E[x(0)] = \bar{x}(0) \tag{5}$$

$$E\left\{\left[x(0) - \bar{x}(0)\right]\left[(x(0) - \bar{x}(0)\right]^{T}\right\} = P_{o}$$
(6)

Además, el estado inicial es independiente del ruido v(k) y w(k).

### 3.3 Etapa de predicción

En esta etapa se calcula la predicción del estado posterior, x(k + 1), denotada por  $\tilde{x}(k + 1)$ . Se toma como base la ecuación (1), considerando el vector de estado estimado,  $\hat{x}(k)$ , y despreciando el ruido del sistema.

$$\tilde{x}(k+1) = A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k) \tag{7}$$

En esta instancia se tiene un error en la predicción, dado por

$$\tilde{e}(k+1) = x(k+1) - \tilde{x}(k+1)$$
(8)

Reemplazando con las ecuaciones (1) y (7)

$$\tilde{e}(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + v(k) - \left[A(k)\hat{x}(k) + B(k)u(k)\right]$$
(9)

Simplificando resulta

$$\tilde{e}(k+1) = A(k) [x(k) - \hat{x}(k)] + v(k)$$
(10)

Lo que sigue es predecir el valor de la matriz de covarianza del error de predicción,  $\tilde{P}(k+1)$ 

$$\tilde{P}(k+1) = E\left\{ \left[ A(k) \left( x(k) - \hat{x}(k) \right) + v(k) \right] \left[ A(k) \left( x(k) - \hat{x}(k) \right) + v(k) \right]^T \right\}$$
(11)

Operando podemos separar la expresión en dos términos, como sigue

$$\tilde{P}(k+1) = E\left\{ \left[ A(k) \left( x(k) - \hat{x}(k) \right) \right] \left[ A(k) (x(k) - \hat{x}(k)) \right]^T \right\} + E\left\{ v(k) v^T(k) \right\}$$
(12)

donde

$$E\{v(k)v^{T}(k)\} = Q(k)$$
(13)

Aplicando propiedades y reemplazando resulta:

$$\tilde{P}(k+1) = AP(k)A^T + Q(k) \tag{14}$$

## 3.4 Etapa de corrección

Finalmente, el valor estimado del estado resultará de la predicción realizada en el paso anterior, sumado a una corrección que depende del error. Esto sería:

$$\hat{x}(k+1) = \tilde{x}(k+1) + K[y(k+1) - C\tilde{x}(k+1)]$$
(15)

donde la expresión  $C\tilde{x}(k+1)$  representa la predicción del vector de salida (ecuación (2)) e y(k+1) es observación real. Mientras que el coeficiente K es la ganancia de Kalman. Se busca el valor de K que permita conseguir un valor óptimo de  $\hat{x}(k+1)$  tal que la matriz de covarianza del error sea mínima.

El error de estimación está dado por

$$e(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1)$$
(16)

Sustituyendo,

$$e(k+1) = x(k+1) - \left\{ \tilde{x}(k+1) + K [y(k+1) - C\tilde{x}(k+1)] \right\}$$
(17)

donde

$$y(k+1) = Cx(k+1) + w(k+1)$$
(18)

Resulta

$$e(k+1) = x(k+1) - \tilde{x}(k+1) - KCx(k+1) - Kw(k+1) + KC\tilde{x}(k+1)$$
(19)

Agrupando:

$$e(k+1) = (I - KC) (x(k+1) - \tilde{x}(k+1)) - Kw(k+1)$$
(20)

Por lo que la covarianza del error resulta:

$$P(k+1) = E\left\{ \left[ (I - KC) \left( x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right) - Kw(k+1) \right] \dots \right] \dots \left[ (I - KC) \left( x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right) - Kw(k+1) \right]^T \right\}$$
(21)

Reordenando

$$P(k+1) = E\left\{ \left[ (I - KC) \left( x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right) \right] \left[ (I - KC) \left( x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right) \right]^T \right\} \dots \\ \dots - E\left\{ \left[ Kw(k+1) \right] \left[ Kw(k+1) \right]^T \right\}$$
(22)

Siendo

$$E\left\{\left[Kw(k+1)\right]\left[Kw(k+1)\right]^{T}\right\} = R(k+1)$$
(23)

Aplicando propiedades y reemplazando

$$P(k+1) = [I - KC]E\left\{\left(x(k+1) - \tilde{x}(k+1)\right)\left(x(k+1) - \tilde{x}(k+1)\right)^{T}\right\}[I - KC]^{T}...$$
$$... - KR(k+1)K^{T}$$
(24)

Recordando que la covarianza del error de predicción se puede expresar como

$$\tilde{P}(k+1) = E\left\{ \left[ x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right] \left[ x(k+1) - \tilde{x}(k+1) \right]^T \right\}$$
(25)

Reemplazando en (24) resulta

$$P(k+1) = [I - KC]\tilde{P}(k+1)[I - KC]^{T} - KR(k+1)K^{T}$$
(26)

Distribuyendo y derivando con respecto de K para encontrar el mínimo, se llega a que la matriz K que hace mínima la covarianza del error está dada por:

$$K(k+1) = \tilde{P}(k+1)C^{T} \left[ C\tilde{P}(k+1)C^{T} + R(k+1) \right]^{-1}$$
(27)

Reemplazando K en la expresión (26) resulta:

$$P(k+1) = [I - KC]\tilde{P}(k+1)$$
(28)

Finalmente, el algoritmo de Kalman se resume en la Fig. 2.



Fig. 2: Diagrama de bloques del algoritmo recursivo

#### 4 Aplicación del filtro de Kalman para la estimación de componentes armónicos

La forma de onda de una señal de tensión o corriente de CA, con ruido y distorsión armónica puede representarse como

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i(t) sen[i\omega_0 T + \theta_i(t)] + \sum_{i=1}^{n} w_i(t)$$
(29)

donde i = 1, 2, 3, ...n representa los *n* armónicos presentes en la señal, siendo  $A_i(t)$  su amplitud,  $\theta_i(t)$  el ángulo de fase y  $w_i(t)$  el ruido de cada componente. *T* es el periodo de muestreo.

Existen dos métodos tradicionales para la implementación del filtro de Kalman en la estimación de armónicos: el modelo PAV (phase angle vector) y el modelo OV (orthogonal vector) [8]. En estos

modelos cada componente de frecuencia requiere dos variables de estado, por lo que se tiene un total de 2n variables de estado, siendo el vector de estados

$$X_{k} = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & \dots & x_{2n-1} & x_{2n} \end{bmatrix}^{T}$$
(30)

En este trabajo se plantea el modelo OV, el cual utiliza la señal medida y su cantidad ortogonal como vectores para establecer un espacio de estados.

Las variables de estado se definen como

$$x_{1} = A_{k}sen(\omega_{k}t_{k} + \theta_{1_{k}}) \qquad x_{2} = A_{k}cos(\omega_{k}t_{k} + \theta_{1_{k}})$$

$$x_{3} = A_{k}sen(2\omega_{k}t_{k} + \theta_{2_{k}}) \qquad x_{2} = A_{k}cos(2\omega_{k}t_{k} + \theta_{2_{k}})$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$x_{2n-1} = A_{k}sen(n\omega_{k}t_{k} + \theta_{n_{k}}) \qquad x_{2n} = A_{k}cos(n\omega_{k}t_{k} + \theta_{n_{k}})$$
(31)

Siendo la ecuación de estados

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} A_1 & \dots & 0\\ \vdots & \dots & \vdots\\ 0 & \dots & A_n \end{bmatrix} X_k + V_k$$
(32)

donde la matriz de transición de estados  $A_i$  se muestra a continuación

$$A_{i} = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_{k}T) & \sin(i\omega_{k}T) \\ -\sin(i\omega_{k}T) & \cos/i\omega_{k}T \end{bmatrix}$$
(33)

La ecuación de medición es

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} X_k + W_k \tag{34}$$

La matriz de covarianza de ruido del sistema en el modelo OV se puede expresar como

$$Q_k = E[V_k V_k^T] = \sigma_{OV}^2 I_{2n \times 2n}$$
(35)

En [9] y [10],  $\sigma_{OV}^2$  se considera 0,05  $I_{2n\times 2n}$  es la matriz identidad de dimensión  $(2n \times 2n)$ .

#### 4.1 Análisis del desempeño del filtro en señales sin distorsión

Utilizando el modelo de señal de la ecuación (29) analizaremos el desempeño del filtro implementando el método OV para estimar las amplitudes de las componentes de una señal. En general, hay dos parámetros principales en el algoritmo que determinan la respuesta dinámica y la precisión del filtro, estos son la covarianza del ruido del sistema, Q(k), y la covarianza del ruido de medición, R(k). Para las simulaciones se consideró la covarianza del ruido del sistema dada por (35), con  $\sigma_{OV}^2 = 0,05$ ; y R(k) = r constante. A modo de realizar una profunda evaluación del filtro, se presenta una comparación de desempeño para distintos valores de r.

En la Fig. 3 se observa una señal sinusoidal de CA con ruido gaussiano. La forma de onda de la

señal se representa de la siguiente manera:

$$x(t) = A_1(t)sen[\omega_0 T + \theta_1(t)] + w_1(t)$$
(36)

donde  $\theta_1(t) = 0$ ,  $\omega_0 = 2pif$ , con f = 50 Hz y T = 1,25E - 4.



Fig. 3: Señal de CA con ruido aleatorio.

Aplicando el filtro de Kalman a la señal se logra una atenuación del ruido, como se ve en la Fig. 4.



Fig. 4: Señal de CA procesada con el filtro de Vold-Kalman.

Se puede observar que al aumentar la covarianza de ruido de medición se obtiene una mayor atenuación del ruido. Una señal mucho más limpia que la original se obtuvo con un valor de r = 0, 25, como se ve en la Fig. 4 (a). Después de varias pruebas realizadas se encontró que un valor relativamente grande, como el caso de la Fig. 4 (b), proporciona una señal prácticamente sin ruido. Sin embargo, da lugar a un transitorio que tienen la duración de un ciclo. Siguiendo con las pruebas se concluyó que para valores más grandes de r la calidad de la señal se mantiene igual y los transitorios se tornan cada vez más largos.

#### 4.2 Análisis del desempeño del filtro en señales con distorsión

Con el fin de analizar el desempeño del filtro, se analizará una señal con distorsión armónica debido a la presencia del 5to armónico. Ahora la forma de onda se representa como:

$$x(t) = A_1(t)sen[\omega_0 T + \theta_1(t)] + A_5(t)sen[5\omega_0 T + \theta_5(t)] + w_1(t)$$
(37)

En la Fig. 5 se presenta la señal temporal con distorsión armónica y su respuesta en frecuencia para dos intervalos de tiempo. La FFT de la izquierda presenta el contenido armónico para la señal hasta 0,1s, mientras que la derecha desde 0,1s hasta 0,2s. Se puede obvservar que las dos componentes en frecuencia disminuyen sus amplitudes, la componente fundamental de 50 Hz y el 5to armónico de 250 Hz.



Fig. 5: Señal temporal y respuesta en frecuencia.

Aplicando el filtro de Kalman, en la Fig. 6 se muestra la estimación de las componentes contenidas en la señal. La Fig. 7 muestra la estimación solo para el 5to armónico. Se puede observar que el filtro permite separar las componentes contenidas en la señal original.



Fig. 6: Estimación de la fundamental y el 5to armónico



Fig. 7: Estimación del 5to armónico

Finalmente, en la Fig. 8 se observa una señal con distorsión debido a la presencia de varios armónicos correspondiente a la siguiente forma de onda:

$$x(t) = A_1(t)sen[\omega_0 T + \theta_1(t)] + A_5(t)sen[5\omega_0 T + \theta_5(t)] + A_7(t)sen[7\omega_0 T + \theta_7(t)] + A_{11}(t)sen[11\omega_0 T + \theta_{11}(t)] + w_1(t)$$
(38)



Fig. 8: Señal de CA con el 5to, 7mo y 11vo armónico.

En la Fig. 9 se presenta la estimación de los armónicos 1, 5to, 7mo y 11vo, contenidos en la señal.



Fig. 9: Estimación de la fundamental, 5to, 7mo y 11vo armónico.

Las simulaciones anteriores se han realizado consirderando una covarianza del ruido de medición, r = 0, 25. Comparando la estimación de la componente fundamental para el caso de la Fig. 4 (a) y la Fig. 9, se puede comprobar que a medida que aumenta la complejidad de la señal filtrada por el algoritmo la respuesta del filtro es más lenta.

## **5** Conclusiones

En este artículo se presentó un método de estimación de componentes armónicas en tiempo real basado en el filtro de Kalman. A través de diversas simulaciones, se comprobó la precisión del algoritmo para el seguimiento tanto de armónicos como de la componente fundamental de distintas señales. A su vez, el método demostró ser eficiente ante variaciones de amplitud, presentando una rápida recuperación, que varía de acuerdo a la cantidad de armónicos que se solicita estimar. Otra de las ventajas expuestas de este método es su robustez frente al ruido, lo que lo convierte en una gran alternativa para el procesamiento de señales en tiempo real. En futuros trabajos se pretende implementar el filtro en un microcontrolador de propósitos generales.

# Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto de Investigación PICT 00681 denominado Desarrollo de estrategias para la detección de averías en accionamientos eléctricos basado en WSN para la industria 4.0, financiado por el Fondo para la Investigación Científica y Tecnológica (FONCYT) y acreditado por la Secretaria General de Ciencia y Tecnología (SGCyT) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM).

### Apéndice A. Características del ruido

La esperanza matemática, también conocida como valor esperado o media, representa el promedio ponderado de todos los posibles valores de una variable aleatoria, teniendo en cuenta las probabilidades asociadas a cada uno de esos valores. Es igual al sumatorio de las probabilidades de que exista un suceso aleatorio, multiplicado por el valor del suceso aleatorio.

$$E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i P(x_i)$$
(39)

Como v(k) y w(k) se consideran ruidos blancos de media cero se cumple:

$$E[v(k)] = E[w(k)] = 0$$
(40)

La covarianza indica el grado en el que dos variables aleatorias cambian conjuntamente respecto a sus medias. Se define como:

$$Cov(X,Y) = E\left[\left(X - E[X]\right)\left(Y - E[Y]\right)^{T}\right]$$
(41)

Para el caso particular en que las variables sean idénticas, o sea, que queramos calcular la covarianza de una variable consigo misma, se obtiene como resultado la varianza de la variable. Esta propiedad se utiliza cuando calculamos las covarianzas de ruido, R(k) y Q(k).

$$E[v(k)v^{T}(k)] = Q(k)$$
(42)

$$E[w(k)w^{T}(k)] = R(k)$$
(43)

Además, como v(k) y w(k) se consideran ruidos independientes:

$$E[v(k)w^{T}(k)] = E[w(k)v^{T}(k)] = 0$$
(44)

## Referencias

- [1] K. R. Rao, D. N. Kim, and J. J. Hwang, *Fast Fourier transform: algorithms and applications*. Springer, 2010, vol. 32.
- [2] A. Mahmoudi, I. Jlassi, A. J. M. Cardoso, K. Yahia, and M. Sahraoui, "Inter-turn short-circuit faults diagnosis in synchronous reluctance machines, using the luenberger state observer and current's second-order harmonic," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, no. 8, pp. 8420–8429, 2022.
- [3] V. M. Moreno Saiz and J. Barros Guadalupe, "Application of kalman filtering for continuous real- time tracking of power system harmonics," *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, vol. 144, no. 1, 1997.
- [4] S. Golestan, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, "Three-phase PLLs: A review of recent advances," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 3, pp. 1894–1907, 2017.
- [5] F. D. Antunez, O. M. Simonovets, A. G. Garcilazo, and M. A. Mazzoletti, "Cálculo de la distorsión armónica utilizando marcos de referencias síncronos," in XIII Jornada de Investigación, Desarrollo Tecnológico, Extensión y Vinculación, Facultad de Ingeniería, UNaM., vol. 1, 2023, pp. 1–11.
- [6] M. A. Mazzoletti, F. R. Gentile, M. P. Puertaz, P. D. Donolo, and G. R. Bossio, "Estimación de componentes de secuencia mediante el filtro de vold-kalman para la detección de averías en el estátor de la MI," in XI Jornada de Investigación, Desarrollo Tecnológico, Extensión y Vinculación, Facultad de Ingeniería, UNaM., vol. 1, 2021, pp. 1–11.
- [7] M. A. Mazzoletti, F. R. Gentile, P. D. Donolo, and G. R. Bossio, "Online detection of interturn short-circuit fault in induction motor based on 5th harmonic current tracking using Vold-Kalman filter," *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 13, no. 4, pp. 3593–3605, 2023.
- [8] X. Nie, "Detection of grid voltage fundamental and harmonic components using kalman filter based on dynamic tracking model," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, no. 2, pp. 1191–1200, 2020.
- [9] R. Cardoso, R. Camargo, H. Pinheiro, and H. Gründling, "Kalman filter based synchronisation methods," *Generation, Transmission Distribution, IET*, vol. 2, pp. 542 – 555, 08 2008.
- [10] A. Bagheri, M. Mardaneh, A. Rajaei, and A. Rahideh, "Detection of grid voltage fundamental and harmonic components using kalman filter and generalized averaging method," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, pp. 1–1, 02 2015.