



JIDeTEV
Jornadas de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Extensión, Vinculación y Muestra de la Producción



JIDeTEV - Año 2023 -ISSN 2591-4219

Cálculo de la distorsión armónica utilizando marcos de referencias síncronos

Antunez, Fernando D.^{a*}, Simonovets, Oriana M.^a, Garcilazo, Ángel G.^a
Mazzoletti, Manuel A.

^a LIDEE – Facultad de Ingeniería, UNaM

e-mails: fernandodanielantunez@gmail.com, simonovetsoriana@gmail.com
ggarcilazofio@gmail.com, amazzoletti@fio.unam.edu.ar

Resumen

En este trabajo se presenta la aplicación de un método para la estimación de las componentes armónicas mediante el uso de marcos de referencia síncronos. La propuesta tiene como objetivo obtener las amplitudes de las componentes de orden h contenidos en una señal trifásica para el posterior cálculo de un factor de distorsión armónica. El método consta de la determinación de las amplitudes en coordenadas dq mediante la aplicación de la Transformada de Park. Luego, se utiliza un filtro clásico de característica pasa-bajos para la separación de cada componente de secuencia. Se presentan resultados de simulación para señales equilibradas, desequilibradas y con distorsión. Finalmente, se calcula un factor de distorsión armónica en base a normas vigentes.

Palabras Claves – *Distorsión armónica, Transformada de Park, Señales trifásicas.*

1 Introducción

La distorsión armónica es una alteración de la forma de onda de una señal con respecto de la sinusoidal ideal y se produce a causa de las cargas no lineales presentes en el sistema eléctrico. A las ondas sinusoidales de frecuencias múltiplos de la fundamental se las conoce como componentes armónicas o simplemente armónicas. Los armónicos son inocuos a niveles bajos, pero a niveles muy altos pueden causar efectos no deseados como calentamiento en las líneas o perturbaciones en algunos equipos. El factor de distorsión armónica total (THD) es uno de los factores más difundidos para definir el nivel de distorsión de las tensiones y/o corrientes. La norma IEC 61000-4-7 [1] provee una guía de ensayo y medida de armónicos para el uso de equipos de medición. Por otro lado, la norma IEC-61000-3-6 [2] establece un límite de THD máximo del 8 % para componentes armónicas estacionarias de voltaje en redes de baja y media tensión. La NEMA MG 1 [3] establece un máximo del 5 % para la distorsión armónica total de la tensión de línea.

Para determinar el valor del THD de una señal se requiere de las amplitudes de cada componente armónica. Una de las formas de cálculo es a partir del espectro de frecuencia de una señal utilizando la transformada rápida de Fourier, más conocida como FFT [4]. Una FFT calcula las componentes armónicas y su amplitud para un determinado rango de frecuencias. En sistemas trifásicos dinámicos con desbalance y/o armónicos, puede utilizarse observadores [5], los lazos de enganche fase (PLL, Phase Locked Loop) [6], algoritmos de mínimos cuadrados [7], o filtros de Vold-Kalman [8], entre

*fernandodanielantunez@gmail.com

otros. Un PLL realiza el filtrado de las señales para generar una señal de salida con la misma frecuencia, amplitud y fase que la entrada. Los PLL se aplican en general para la detección de la componente fundamental de secuencia positiva de la tensión de red. En [5] se propone un observador discreto para estimar hasta un máximo de 50 armónicos. Bajo el mismo concepto para sistemas trifásicos puede aplicarse un método que utiliza la transformada de Park para expresar las señales en abc hacia otro marco de referencia denominado $dq0$ [9].

2 Metodología aplicada para la estimación de armónicos

2.1 Transformación entre marcos de referencias

Un sistema trifásico de señales en a, b, c , puede transformarse a otros sistemas de referencia estáticos o rotacionales. Para ello, la matriz de transformación que produce estos cambios de coordenadas se define de la siguiente manera:

$$K(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta + \phi_a) & \cos(\theta + \phi_b) & \cos(\theta + \phi_c) \\ \text{sen}(\theta + \phi_a) & \text{sen}(\theta + \phi_b) & \text{sen}(\theta + \phi_c) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde, $\theta = \omega t$. ω es la velocidad angular, t es la variable tiempo y ϕ_a, ϕ_b, ϕ_c son los ángulos iniciales.

Para el caso donde el marco de referencia sea estacionario, $\omega = 0$, y la matriz de transformación (1) resulta en la matriz de la ecuación (2), la cual se conoce como *Transformada de Clarke*:

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

De manera gráfica, la transformación de coordenadas corresponde a la proyección de las componentes del sistema trifásico en a, b, c , sobre tres ejes ortogonales denominados $\alpha\beta 0$. En la Fig. 1(a) se muestra la obtención de las componentes a, b, c en el marco de referencia $\alpha\beta 0$ mediante la transformación (2). La transformación de rotación también puede aplicarse entre dos sistemas de referencia giratorios, donde si un par de ejes gira a una velocidad angular ω_y y el otro gira a una velocidad angular ω_x la matriz de transformación entre ambos sistemas resulta en la siguiente expresión:

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_y - \theta_x) & -\text{sen}(\theta_y - \theta_x) & 0 \\ \text{sen}(\theta_y - \theta_x) & \cos(\theta_y - \theta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

En particular, la transformación entre un marco de referencia estacionario $\omega_x = 0$ y otro rotacional ω_y , la expresión (3) se reduce a la siguiente matriz:

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_y) & -\text{sen}(\theta_y) & 0 \\ \text{sen}(\theta_y) & \cos(\theta_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde, $\theta_y = \omega_y t$.

La transformación entre dos sistemas corresponde a la proyección de las componentes del sistema estacionario sobre tres ejes ortogonales denominados $dq0$. En la Fig.1(a) se muestra las coordenadas $\alpha\beta0$. En la Fig.1(b) se muestra además el marco de coordenadas rotante $dq0$.

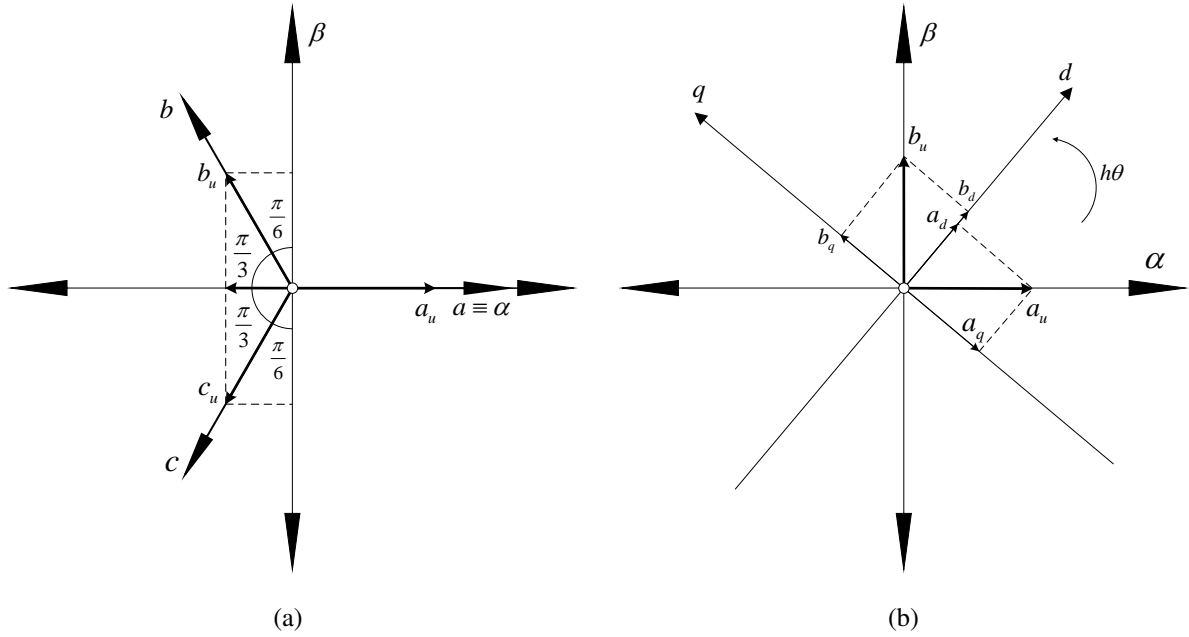


Fig. 1: Marcos de referencias. (a) $\alpha\beta0$. (b) $dq0$

2.2 Modelos de señales con distorsión

Una señal distorsionada se compone por la suma de ondas sinusoidales de diferentes frecuencias y amplitudes. Las ondas que son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental se denominan componentes armónicas.

La expresión analítica de una señal distorsionada se muestra a continuación:

$$f(\theta) = A_1 \sin(\theta) + \sum_{h=2}^N A_h \sin(h\theta - \phi_h) \quad (5)$$

donde, A_1 es la amplitud de la componente fundamental con $\omega = 2\pi f$, f es la frecuencia y ϕ es el ángulo de fase inicial para el armónico de orden $h = 2, 3, 4, \dots, N$.

A partir de (5), el modelo de señal considerando solo $h = 5$ y $h = 7$ puede derivarse de la siguiente manera:

$$f(\theta) = A_1 \sin(\omega t) + A_5 \sin(5\omega t - \phi_5) + A_7 \sin(7\omega t - \phi_7) \quad (6)$$

Extendiendo este concepto, un sistema trifásico en a, b, c , con distorsión se define como:

$$\begin{aligned} f(\theta)_a &= A_{a1} \sin(\omega t) + A_{a5} \sin(5\omega t) + A_{a7} \sin(7\omega t) \\ f(\theta)_b &= A_{b1} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + A_{b5} \sin\left(5\omega t + \frac{10\pi}{3}\right) + A_{b7} \sin\left(7\omega t + \frac{14\pi}{3}\right) \\ f(\theta)_c &= A_{c1} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + A_{c5} \sin\left(5\omega t - \frac{10\pi}{3}\right) + A_{c7} \sin\left(7\omega t - \frac{14\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

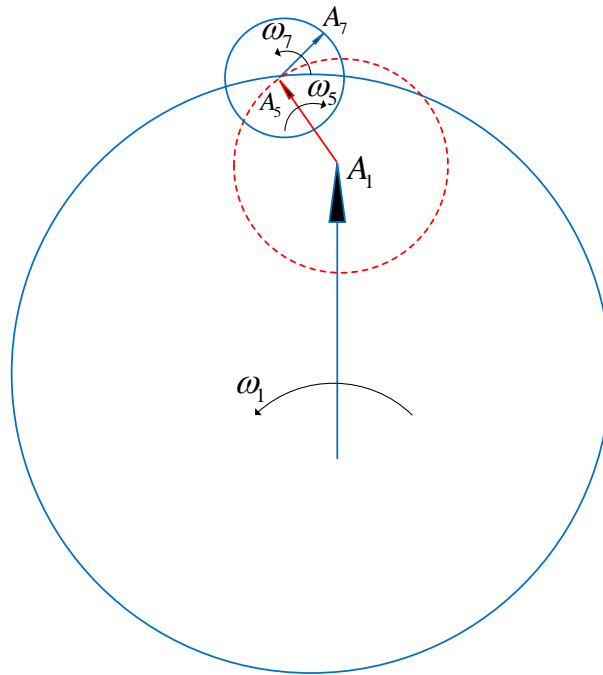


Fig. 2: Fasores armónicos para la componente fundamental, quinto y séptimo

De manera gráfica, la señal obtenida en la ecuación (6) se representa en la Fig. 2. El fasor de la componente fundamental de amplitud A_1 rota a una velocidad angular ω . En el extremo del fasor se suma el fasor del armónico 5to y 7mo de amplitud A_5 y A_7 , respectivamente. Observe que el quinto armónico tiene un sentido de rotación contrario al sentido de giro de la componente fundamental y del 7mo armónico.

En la Fig. (3) se muestra un sistema trifásico sin distorsión armónica, es decir, solo contiene la componente fundamental. La Fig. (3)(a) representa un sistema ideal equilibrado, donde las amplitudes de todas las señales son iguales. Por otro lado, la Fig. (3)(b) representa un sistema desequilibrado, donde las amplitudes son desiguales. En la Fig. (4) se muestra un sistema trifásico con distorsión que representa el modelo trifásico expresado en (7). La Fig. (4)(a) representa un sistema equilibrado, donde las amplitudes son iguales. En la Fig. (4)(b) se muestra el mismo sistema desequilibrado.

2.3 Estimación de componentes armónicos

Es posible estimar las magnitudes de las componentes armónicas de un sistema trifásico en a, b, c utilizando las transformaciones definidas de la Sección 2.1. En el diagrama de bloques presentado en la Fig. 5 se expone los pasos aplicados para la estimación de componentes armónicos.

El diagrama cuenta de tres pasos que se describen a continuación:

- Paso 1: se ingresa un sistema de señales trifásicas que pueden representar tensiones, corrientes, flujos, etc.
- Paso 2: se realiza la selección del armónico h a estimar. Se debe hacer rotar el marco de referencia a una velocidad angular $h\omega$ relacionada con la frecuencia de pulsación del mismo y la frecuencia de la componente fundamental f mediante el parámetro h .
- Paso 3: se utiliza un filtro con una características pasa-bajos para separar la componente oscilante y, así, obtener el valor medio de las formas de ondas. El valor en régimen estacionario de

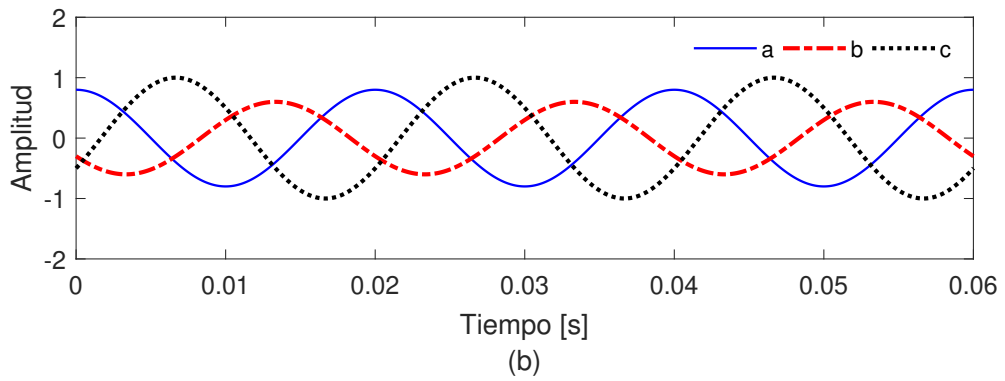
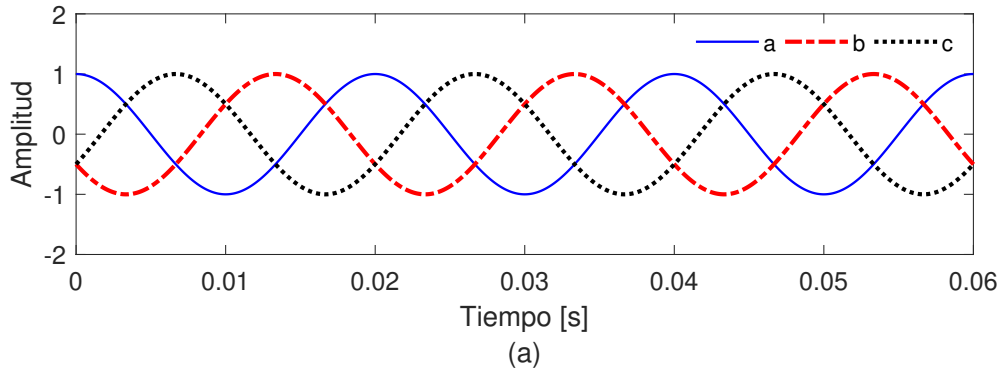


Fig. 3: Señales de un sistema trifásico. (a) Equilibrado. (b) Desquilibrado.

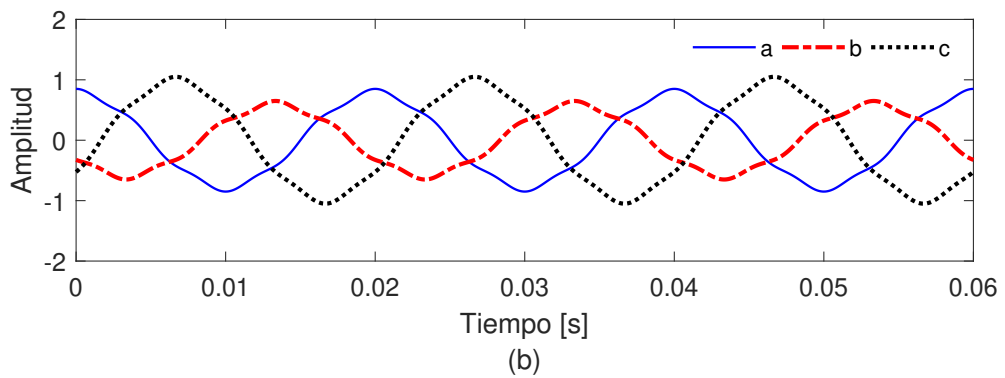
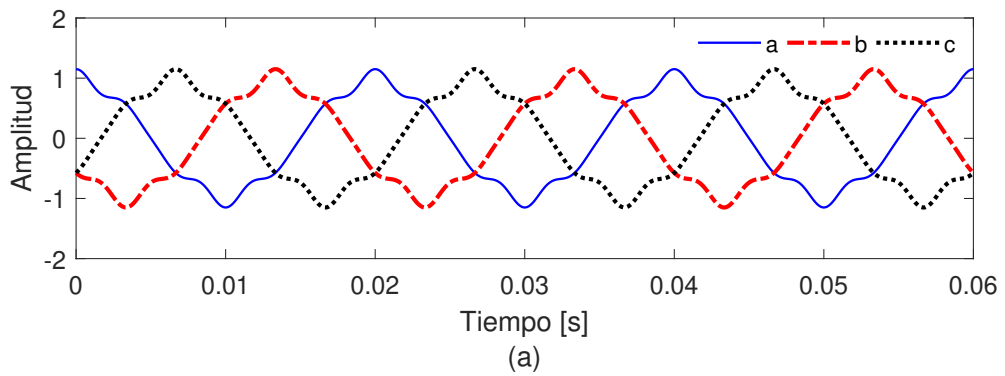


Fig. 4: Señales de un sistema trifásico con armónicos. (a) Equilibrado. (b) Desquilibrado.

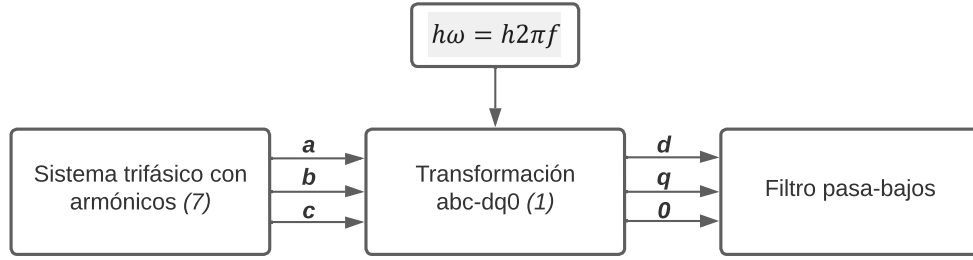


Fig. 5: Diagrama de bloques para la determinación de la amplitud de componentes armónicos.

la respuesta del filtro representa la amplitud del armónico.

Dicha amplitud se obtiene, mediante simulación, por medio del calculo de la norma euclidiana del vector asociado con la respuesta del filtro. La norma euclidiana de un vector v con N elementos queda definida como:

$$\|v\| = \sqrt{\sum_{k=1}^N |v_k|^2} \quad (8)$$

Donde los valores v_k representan las componentes del vector.

La configuración de $h\omega$ en el diagrama en bloques se realiza de manera reiterada para indicar el sentido de rotación del marco de referencia. Atendiendo a ello, se deben tener presente las secuencias con la cual rotan los distintos armónicos, los mismos se indican en la Tabla 1.

Tabla 1: Secuencia de armónicos en un sistema trifásico.

+	1	7	13	19	Secuencia positiva o directa
0	3	9	15	21	Estacionarios u homopolar
-	5	11	17	23	Secuencia negativa o inversa

A modo de ejemplo, a continuación, se aplica la metodología para obtener la amplitud de la componente fundamental de secuencia positiva y negativa para el caso de la figura 3(b):

- Para este análisis se obtienen como caso particular de (7) con $A_5 = A_7 = 0$ (señal sin distorsión) y con las amplitudes de las componentes fundamentales de las tres fases distintas entre si, lo que implica que $A_{a1} \neq A_{b1} \neq A_{c1}$:

Sabiendo que las expresiones generales que modelan el sistema trifásico con armónicos estudiado se exponen en la ecuación (6) y (7), es posible asociarlas y reescribirlas de manera matricial como sigue:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f(\theta)_a \\ f(\theta)_b \\ f(\theta)_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{a1} \text{sen}(\omega t) \\ A_{b1} \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ A_{c1} \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Con ello y la matriz de transformación expuesta en (1) se puede realizar el cambio del sistema de referencia abc al marco de referencia $dq0$, como se indica a continuación:

$$f_{dq0} = \begin{bmatrix} f(\theta)_d \\ f(\theta)_q \\ f(\theta)_0 \end{bmatrix} = K(\theta)f(\theta) \quad (10)$$

Utilizando la matriz de transformación que se obtiene mediante la expresión (1) (con $\phi_a = 0$, $\phi_b = -2\pi/3$, $\phi_c = 2\pi/3$ y afectada por el parámetro h), en conjunto con la ecuación (9) es posible reescribir la expresión (10) como sigue:

$$\begin{bmatrix} f(\theta)_d \\ f(\theta)_q \\ f(\theta)_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(h\theta) & \cos(h(\theta - \frac{2\pi}{3})) & \cos(h(\theta + \frac{2\pi}{3})) \\ \sin(h\theta) & \sin(h(\theta - \frac{2\pi}{3})) & \sin(h(\theta + \frac{2\pi}{3})) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{a1} \sin(\omega t) \\ A_{b1} \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ A_{c1} \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

En este caso, para determinar la amplitud de la componente fundamental $h = 1$ y debe adoptarse el signo positivo para obtener la componente de secuencia positiva, o $h = -1$ para obtener la de secuencia negativa.

- Ya con el resultado de las transformaciones obtenidas, se procede a realizar el filtrado de las señales utilizando un filtro pasa-bajos con el fin de separar la componente de continua de la señal oscilante. Dicho valor corresponde a la amplitud en la secuencia estimada.

2.4 Indicador de la distorsión armónica

De acuerdo con la norma **IEC 61000-4-7**, el factor para indicar el contenido armónico de una señal distorsionada se denomina distorsión armónica total (THD: *Total Harmonic Distortion*, por sus siglas en inglés).

El factor de distorsión armónica para una señal se define como:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} (A_h)^2}}{A_1} \quad (12)$$

donde, A_1 es la componente fundamental de secuencia positiva de la señal y A_h es la magnitud del armónico de orden h .

3 Implementación y análisis de resultados

Desarrollando los pasos expuestos en la Sección 2.3 para un sistema trifásico desequilibrado sin armónicos de la Fig. 3(b), se obtuvieron los resultados expuestos en la Fig. 6. Aplicando la transformación (11) con $h = 1$ al sistema trifásico, se obtuvieron las señales oscilantes en marco de referencia $dq0$ de la Fig. 6(a); mientras que, el resultado del filtrado de tales señales se muestran en la Fig. 6(c). Como los valores medios de las señales q y 0 son nulos, la respuesta obtenida luego del filtro es constante de valor nulo; en cambio, la respuesta obtenida al procesar la señal d adopta un valor en régimen permanente de 0,8, lo cual corresponde a la amplitud de la componente fundamental de secuencia positiva.

Aplicando la misma transformación con $h = -1$, las señales $dq0$ resultantes son las expuestas en la Fig. 6(b). Para este caso, las señales d y 0 poseen valor medio cero, mientras que el valor en régimen estacionario de la respuesta del filtro al aplicarle la señal del eje q representa el valor medio

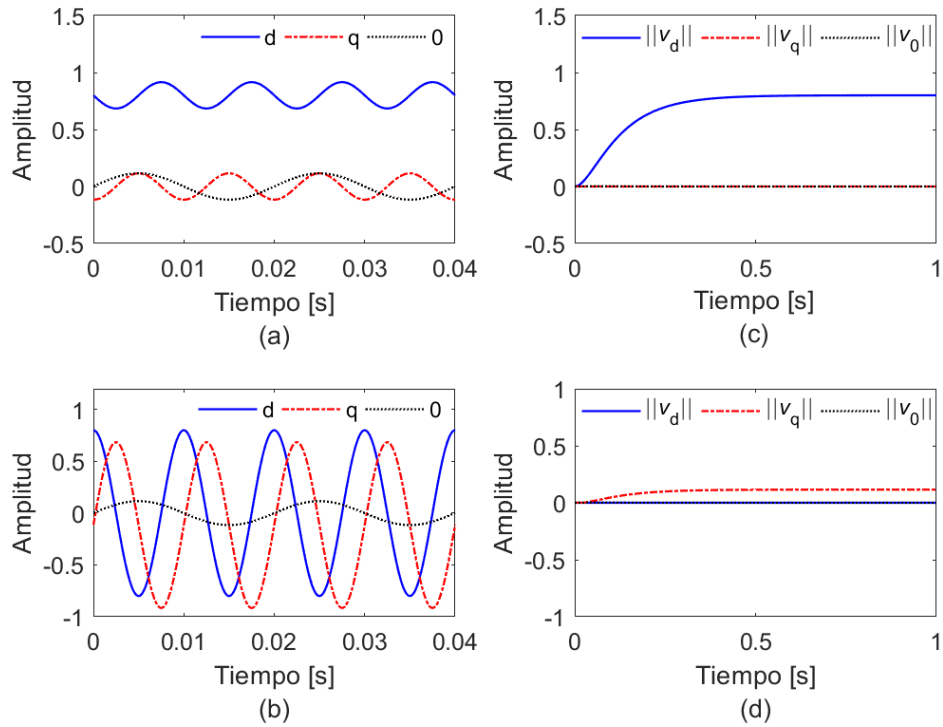


Fig. 6: Estimación de componentes en un sistema trifásico desequilibrado sin distorsión armónica.

de la onda y, por lo tanto, la componente fundamental de secuencia negativa, cuya amplitud para el caso fue de 0,116.

Utilizando la misma metodología, se realizó el procesamiento de las señales de un sistema trifásico equilibrado cuya dinámica se mostró en la Fig. 4(a) con el fin de rastrear y obtener la amplitud de los armónicos. Al tratarse de un sistema equilibrados, el procedimiento se limitó a rastrear la componente fundamental, el quinto y séptimo armónico, teniendo como referencia las frecuencias de pulsación y los sentidos de giro que los caracterizan, según lo presentado en la Tabla 1. Atendiendo a ello, los resultados de simulación se muestran en la Fig. 7, donde se aprecia que la amplitud de la componente fundamental es unitaria, el del quinto armónico de 0,1 y del séptimo de 0,05 de amplitud.

Conocida la amplitud del quinto y séptimo armónico, se procede a calcular el THD en base a (12):

$$THD = \sqrt{\frac{0,1^2}{1} + \frac{0,05^2}{1}} \times 100 \% = 11,18 \%$$

Al procesar las señales presentadas en la Fig. 4(b), correspondiente a un sistema desequilibrado con armónicos, se obtuvieron los resultados plasmados en las gráficas de la Fig. 8 y la Fig. 9. En la Fig. 8 se estimaron las amplitudes de las componentes de secuencia positiva, mientras que en la Fig. 9 se muestran las amplitudes obtenidas para las componentes de secuencia negativa, para la fundamental y los armónicos quinto y séptimo.

Con ello, es posible apreciar que en sistemas trifásicos distorsionados y desequilibrados es necesario aplicar el método para determinar las amplitudes de los armónicos tanto para las componentes de secuencia positiva como negativa, teniendo presente el valor de frecuencia que se desea analizar y así establecer la magnitud real de dicho componente armónico.

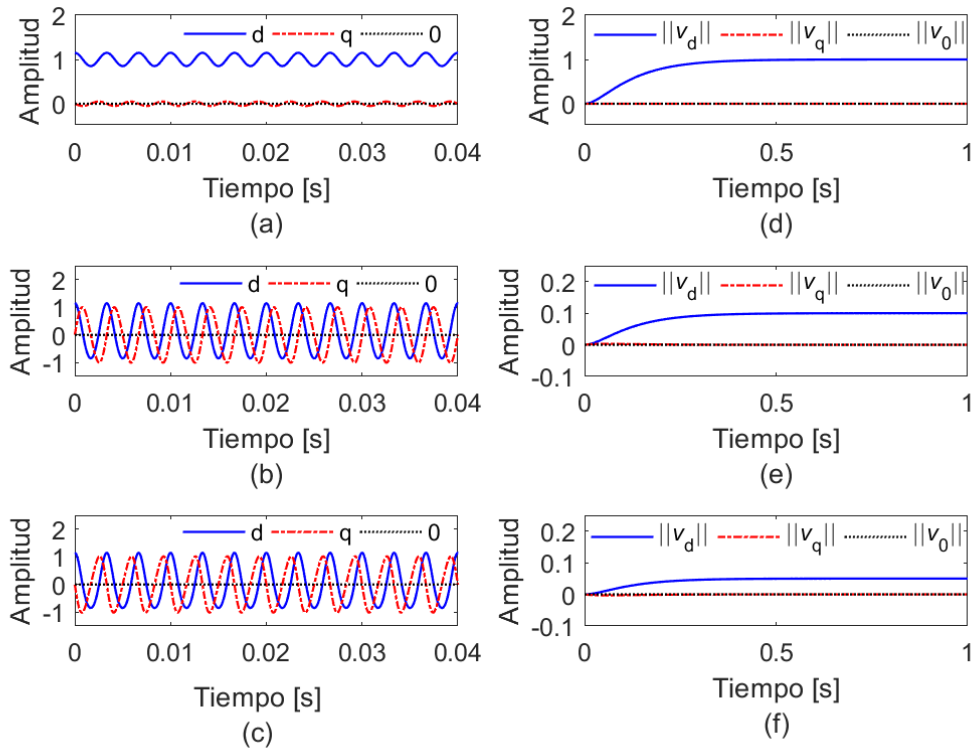


Fig. 7: Estimación de componentes en un sistema equilibrado con distorsión armónica.

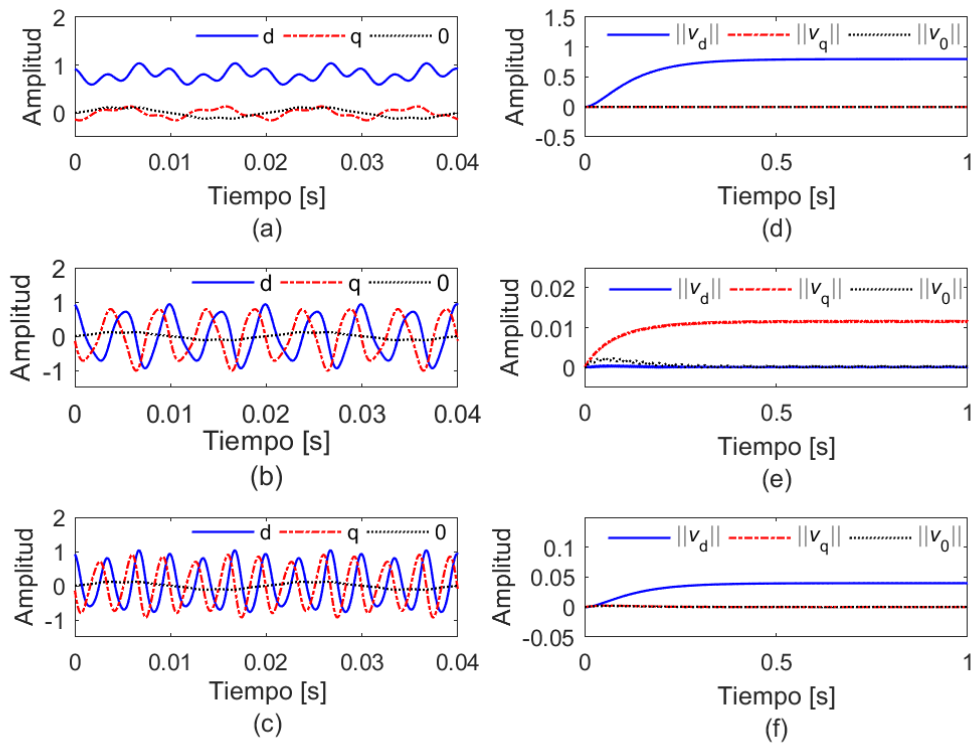


Fig. 8: Componentes de secuencia positiva en un sistema desequilibrado con distorsión armónica.

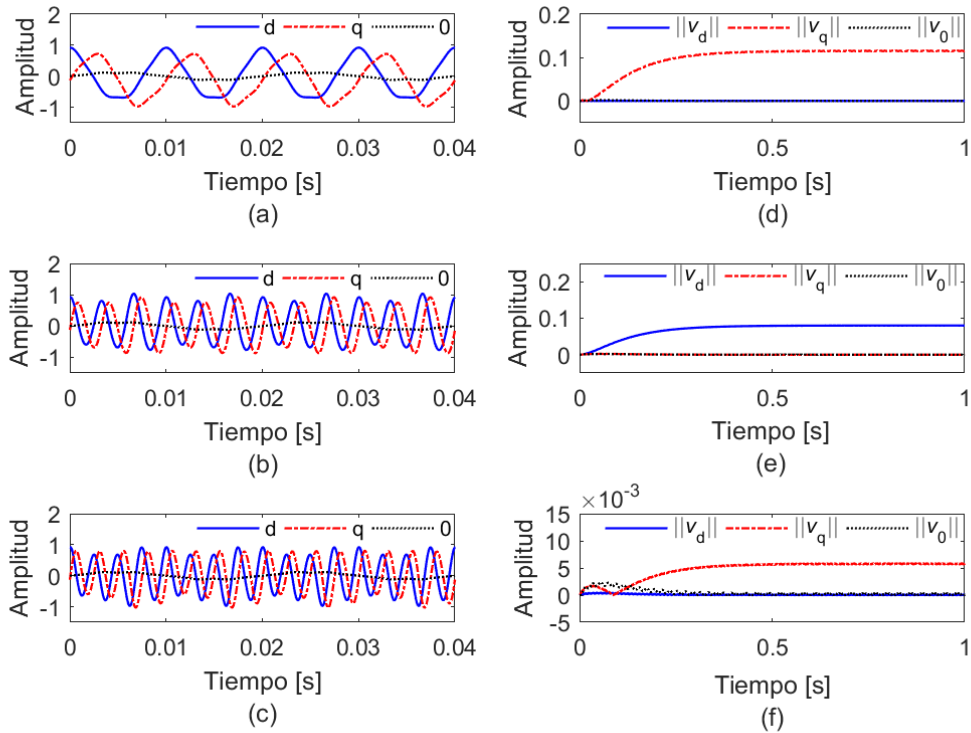


Fig. 9: Componentes de secuencia negativa en un sistema desequilibrado con distorsión armónica.

4 Conclusiones

En este trabajo se presentó una metodología para la detección de armónicos en sistemas trifásicos basado en la aplicación de la teoría de marcos de referencia síncronos en conjunto con el procesamiento de las señales obtenidas. Esto se aplicó en un marco relacionado a la simulación de señales con posibles características que puedan presentar dichos sistemas reales.

Al aplicar la técnica a señales equilibradas sin armónicos, fue posible determinar las componentes fundamentales de. Mientras que, al analizar un sistema equilibrado con armónicos, se comprobó la amplitud de sus componentes en frecuencia, dónde se calculó la componente fundamental y los armónicos quinto y séptimo. En este caso, los armónicos analizados solamente poseen componentes de secuencia negativa o positiva dependiendo del sentido de pulsación del mismo.

En contraparte, procesando las señales de un sistema desequilibrado con armónicos se concluye que, cuando el desequilibrio está presente tanto en la componente fundamental como en frecuencias múltiplos del mismo, la metodología debe realizarse teniendo en cuenta que cada componente se conformará tanto por una pulsación de secuencia positiva como una de secuencia negativa y la combinación de ambas representa la amplitud de la componente estimada.

En función de lo mencionado anteriormente, el método de estimación de armónicos evaluado podría ser utilizado como herramienta para el procesamiento de señales reales que permiten la caracterización en frecuencia de las mismas, para luego analizarlas y aplicarlas a futuras técnicas a desarrollarse en el marco del proyecto de investigación que engloba este artículo.

En base a los resultados de simulación obtenidos a partir de señales trifásicas modeladas matemáticamente, dónde se incluyeron de manera intencional armónicos de ordenes y amplitudes conocidos para la consiguiente verificación, se propone como trabajo futuro en esta línea de esta investigación, la adquisición de señales trifásicas en campo para luego procesarlas con el algoritmo presentado y analizar el espectro de dichas señales.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto de Investigación 16/I1144-IDP acreditado por la Secretaria General de Ciencia y Tecnología (SGCyT) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM) y gracias al financiamiento otorgado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Referencias

- [1] I. 61000-4-7, “Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 4-7: Técnicas de ensayo y de medida,” 2004.
- [2] I. 61000-3-6, “Compatibilidad electromagnética (CEM). Parte 3-6: Evaluación de los límites de emisión para las cargas perturbadoras conectadas a las redes de media y alta tensión,” 2006.
- [3] N. E. Manufacturers, “Nema standards publication MG1-2009 Motors and Generators,” 2009.
- [4] K. R. Rao, D. N. Kim, and J. J. Hwang, *Fast Fourier transform: algorithms and applications*. Springer, 2010, vol. 32.
- [5] W. Hu, Y. Wu, Y. Shen, F. Yang, X. Quan, F. Deng, and Z. Zou, “One-step-prediction discrete observer based frequency-locked-loop technique for three-phase system,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 95 401–95 411, 2021.
- [6] S. Golestan, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, “Three-phase PLLs: A review of recent advances,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 3, pp. 1894–1907, 2017.
- [7] C. V. S. Anirudh and V. S. S. Kumar, “Estimation of symmetrical component phasors and frequency of three-phase voltage signals using transformations,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 38, no. 1, pp. 189–199, 2023.
- [8] M. A. Mazzoletti, F. R. Gentile, P. D. Donolo, and G. R. Bossio, “Online detection of interturn short-circuit fault in induction motor based on 5th harmonic current tracking using Vold-Kalman filter,” *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 13, no. 4, pp. 3593–3605, 2023, doi: 10.11591/ijece.v13i4.pp3593-3605.
- [9] P. Krause, O. Wasynczuk, s. Sudhoff, and S. Pekarek, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 3rd ed. New Jersey, USA: IEEE Press, 2013.