



Sintonización de Filtros Notch basado en Algoritmos Genéticos

Vera Okulczyk, Gonzalo^{a*}, Kolodziej, Javier E.^a

^a GID-IE, FI-UNaM, Oberá, Misiones, Argentina.

e-mails: veraokgonzalo@gmail.com, koloj@fio.unam.edu.ar

Resumen

Este trabajo estudia la aplicación de algoritmos genéticos a filtros adaptativos del tipo Notch orientado a la eliminación de interferencias sinusoidales. En primer lugar, se estudia un algoritmo basado en el gradiente para la optimización del filtro y luego se propone la utilización de algoritmos genéticos en la misma estructura. Se presentan las ventajas del uso de este tipo de algoritmos en presencia de mínimos locales y derivadas pequeñas, problemas conocidos en los algoritmos de gradiente. En el artículo se incluyen las simulaciones que demuestran un algoritmo con mayor velocidad de convergencia y significativamente más robusto.

Palabras Clave – Algoritmos Genéticos, Filtros Adaptativos, Gradiente, Interferencias Sinusoidales, Machine Learning, Notch.

1. Introducción

Eliminar interferencias sinusoidales es de gran interés en muchos sistemas de ingeniería. Cuando la señal interferencia es estacionaria, puede diseñarse un filtro Notch óptimo (tipo Wiener) conociendo de antemano información de sus estadísticas. En cambio, si la sinusoidal no es estacionaria, no es posible diseñarlo de esta manera o el mismo no resultaría óptimo. Los filtros adaptativos se desempeñan en ambientes donde el conocimiento acerca de la señal de interés no está disponible [1], pero mediante un algoritmo recursivo es posible ajustar el filtro con el fin de lograr un objetivo determinado. Uno de los métodos convencionales para eliminar interferencias sinusoidales no estacionarias de una señal de banda ancha es usando filtros Notch adaptativos [2]. Las ventajas radican en el control del ancho de banda, teóricamente de atenuación infinita y la capacidad de rastrear frecuencias de sinusoidales.

Es deseable que los algoritmos adaptativos sean simples de implementar, robustos y demuestren convergencia en determinadas condiciones. Se ha demostrado la utilidad de utilizar algoritmos basados en el método del gradiente. Sin embargo, presentan complicaciones cuando la derivada de la función costo es muy pequeña o la misma posee múltiples mínimos. Una solución alternativa se puede lograr aplicando algoritmos genéticos, que debido a su naturaleza, pueden sortear estos problemas convirtiéndolos en soluciones más robustas.

Este trabajo explora la aplicación de algoritmos genéticos a un filtro Notch con el fin de predecir y rastrear en el tiempo una señal sinusoidal y sus armónicos. En la Sección 2 se presenta una estructura de filtros Notch armónicos y su algoritmo adaptativo basado en el método del gradiente. Luego en la Sección 3, se propone la implementación de un algoritmo genético aplicado a una cascada de filtros y se comparan resultados. Finalmente, en la Sección 4 se expresan las conclusiones y comparaciones de estos algoritmos.

*Autor en correspondencia.

2. Filtro Notch adaptativo

En varias aplicaciones, una señal sinusoidal puede ser sometida a efectos no lineales que pueden generar armónicos. Se considera una señal compuesta por una componente fundamental y sus armónicos hasta el orden M , cuya frecuencia desea ser rastreada

$$x(n) = \sum_{m=1}^M A_m \sin[2\pi(mf)nT + \phi_m] + v(n) \quad (1)$$

Donde

$A_m =$ Amplitud

$mf =$ Frecuencia (hertz)

$\phi_m =$ Ángulo de fase

$T =$ Periodo de muestreo

$v(n) =$ Ruido banco Gaussiano

En [3], se propone un filtro IIR Notch armónico cuyo diagrama de polos y ceros se presenta en la Fig 1. La idea principal es colocar pares polo-cero con ángulos iguales a $\pm m\theta$ (donde θ se corresponde con la frecuencia fundamental) respecto del eje horizontal para $m = 1, 2, \dots, M$ resultando un filtro Notch múltiple, cuya magnitud de respuesta en frecuencia se muestra en la Fig 4.

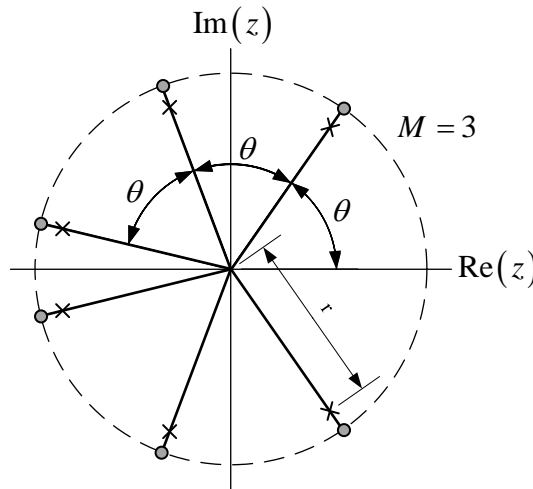


Fig 1. Diagrama polos y ceros filtros Notch armónicos.

Los ceros ubicados en el círculo unitario proveen filtros de infinita atenuación y el parámetro r controla el ancho de banda. La respuesta en frecuencia de la cascada de filtros se define como la multiplicación de las respuestas individuales, como se expresa en la ecuación (2).

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \prod_{m=1}^M H_m(z) \quad (2)$$

Donde cada sección tendrá como función transferencia

$$H_m(z) = \frac{1 - 2z^{-1} \cos(m\theta) + z^{-2}}{1 - 2rz^{-1} \cos(m\theta) + r^2 z^{-2}} \quad (3)$$

El parámetro r debe ser elegido cercano pero menor a uno para conseguir un filtro de banda estrecha y evitar problemas de estabilidad. Tan solo ajustando el valor de θ se sintoniza el tren de filtros con los tonos armónicos.

2.1. Algoritmo adaptivo por descenso de gradiente

El algoritmo de sintonización utilizado en [3], se basa en minimizar la potencia de salida (error) de la serie de filtros. La convergencia del parámetro θ se da en el valor que minimiza el valor cuadrático medio del error (MSE).

$$MSE = E[e^2(n, \theta)] \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_M^2(n, \theta) \quad (4)$$

La ecuación (4) es la función costo que depende de la muestra n y del ángulo θ . Es importante destacar que la misma puede tener múltiples mínimos locales donde el algoritmo puede caer y no brindar la mejor solución posible.

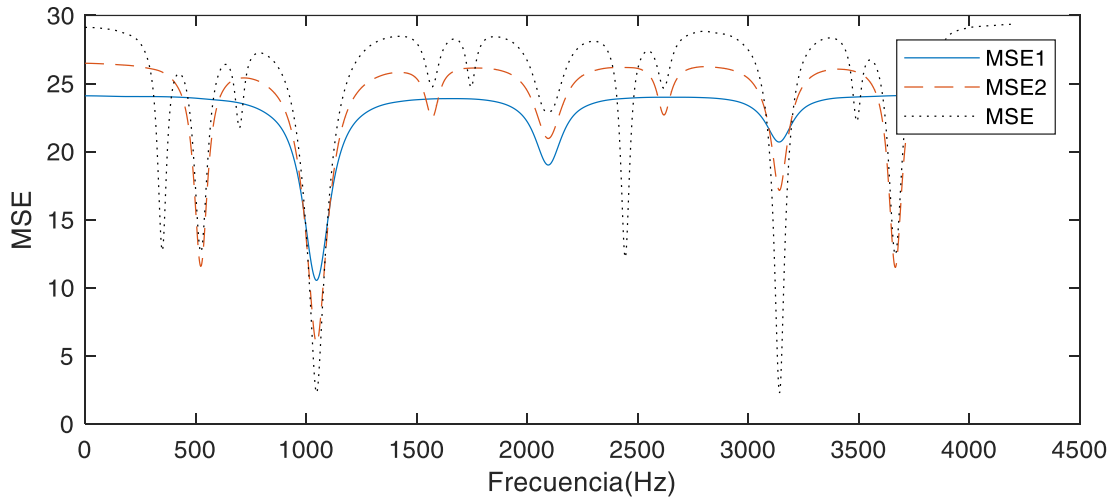


Fig 2. Valores MSE1, MSE2 y MSE de los sucesivos filtros Notch.

Para evitar esto se propone inicializar θ en una región específica definida con la ayuda de la salida del primer filtro (MSE1), que elimina el armónico fundamental de la señal y siempre es monomodo. Otro de los problemas que se puede presentar es cuando se topa con una derivada pequeña, donde la función costo tiene una pendiente cercana a cero, la velocidad de convergencia del algoritmo se ve afectada en gravemente.

El procedimiento del algoritmo es

1. Calcular MSE y MSE1, utilizando N muestras barriendo $0 \leq \theta \leq \pi/M$
2. Determinar el valor medio de MSE y el mínimo global de MSE1.
3. Basado en estos resultados, determinar el rango de captura de frecuencia.
4. Elegir el coeficiente inicial $\theta(0)$ dentro del rango definido.
5. Filtrar la señal y calcular β_M
6. Aplicar el algoritmo LMS para obtener $\theta(n+1) = \theta(n) - 2\mu y_M(n) \beta(n)$
7. Una vez converge, convertir θ en frecuencia $f(n) = f_s \theta(n) / 2\pi$

Se debe definir μ con un valor muy pequeño para garantizar la convergencia del algoritmo, pero afecta su velocidad de convergencia.

3. Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos son algoritmos de búsqueda basados en los mecanismos de selección natural y genética natural [4]. Generan una población de posibles soluciones, denominadas individuos, y buscan nuevas por medio de cruzamiento y mutaciones. Desde una generación a otra tienen más probabilidades de pasar los elementos que mejor se ajusten. El algoritmo se detiene cuando se cumple una condición determinada, como encontrar una solución satisfactoria o cumplir cierta cantidad de iteraciones.

A diferencia de los métodos tradicionales de optimización, como ser los basados en el cálculo, un algoritmo genético no se detiene en mínimos locales y no depende de la existencia de la derivada. Esta última característica toma mucha importancia en sistemas no lineales y afectados por ruidos que pueden resultar en funciones de costo que requieren un gran procesamiento matemático. Una de las ventajas de estos algoritmos es la independencia de una función matemática definida, no se necesita conocer con exactitud el problema y tienen buen desempeño ante problemas de mínimos locales, comparado con los métodos basados en gradientes. Como se mostró anteriormente en la Fig 2, la función MSE contiene varios de estos mínimos en los cuales el algoritmo de la sección 2.1 puede quedar atascado si no se inicializa correctamente.

3.1. Algoritmo adaptativo genético

La implementación de un algoritmo genético no es estricta, pero debe seguir una serie de pasos para lograr un método robusto. Consta de una función de costo que se quiere maximizar o minimizar, no necesita ser derivable ya que no se utiliza el gradiente y su definición es crítica para la sintonización del filtro. La función a utilizar fue presentada anteriormente en la ecuación (4).

Se trabaja con una población de puntos denominados individuos, que son cadenas que representan los parámetros de la función a optimizar, en este caso θ . Estos son generados aleatoriamente en el intervalo $0 \leq \theta \leq \pi$ y mejorarán con el paso de las generaciones respecto de la función costo hasta llegar a una solución aceptable.

La simulación se realizó con una señal de frecuencia fundamental de 1kHz muestreada a 8kHz dada por la ecuación (1) junto a 2 armónicos, Fig 3. En la Fig 2 se puede apreciar la cantidad de mínimos locales que posee la gráfica de la función MSE, acompañada de MSE1 y MSE2, en el rango $0 \leq f \leq f_s/2$, este intervalo es equivalente a $0 \leq \theta \leq \pi$.

Básicamente, el algoritmo genético propone soluciones aleatoriamente a lo largo de todo este intervalo y evalúa su desempeño (fitness), esta será la primera generación. Luego, mediante las operaciones genéticas de reproducción y mutación obtiene la siguiente generación que consiste en un porcentaje de los mejores resultados, un porcentaje procedente de la reproducción de buenos y malos resultados, una parte de los peores resultados y en menor cantidad individuos mutados. Siempre, se utilizará el mejor valor de cada generación para diseñar el filtro.

El procedimiento que se sigue es tomar una ventana deslizante de 100 muestras y buscar la mejor solución por medio del algoritmo genético. Por cada muestra, el algoritmo avanza una generación y

el filtro se ajusta a sí mismo. El espectro de magnitud generado luego de una cantidad prudente de iteraciones es mostrado en la Fig 4, donde se observa la correspondencia con la frecuencia de las señales generadas. Luego de cada etapa de filtrado se elimina un armónico de la señal, Fig 5.

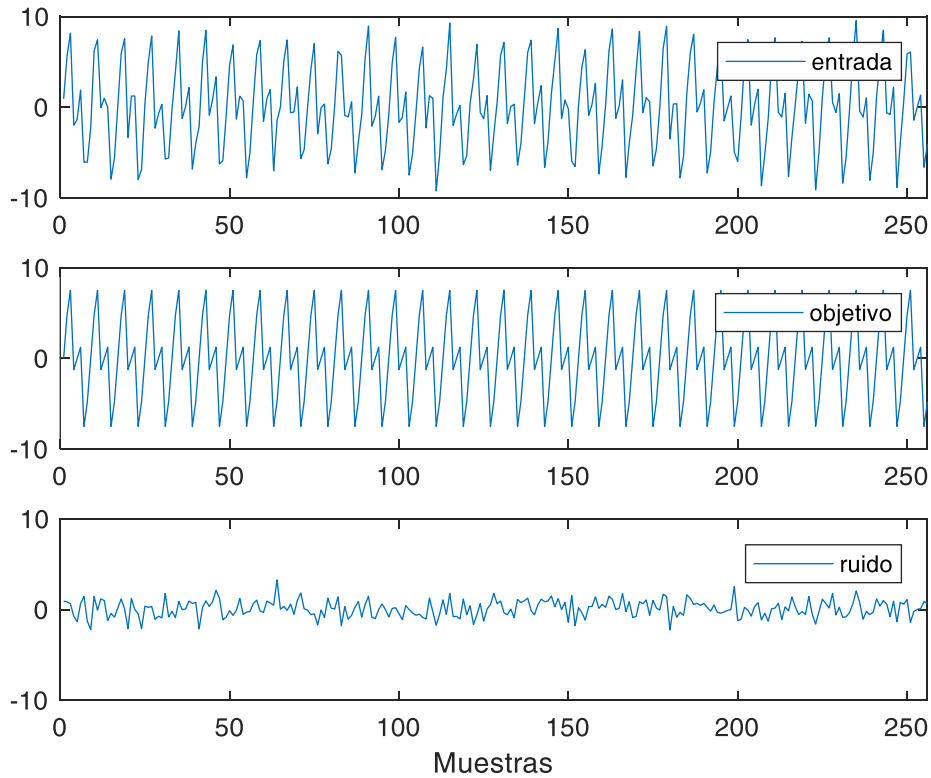


Fig 3. Señales Simuladas, la entrada corresponde a la suma del objetivo y el ruido.

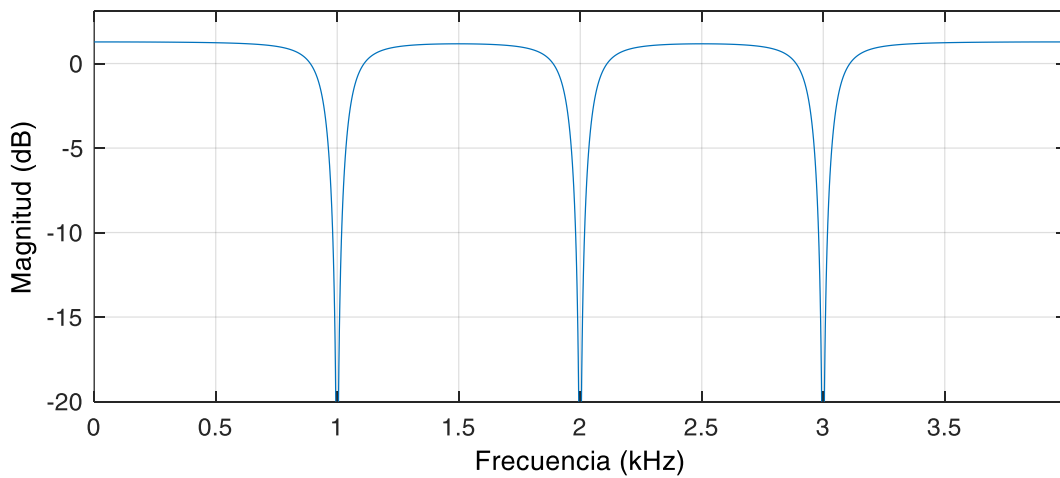


Fig 4. Respuesta en Frecuencia filtros generados mediante algoritmos genéticos.

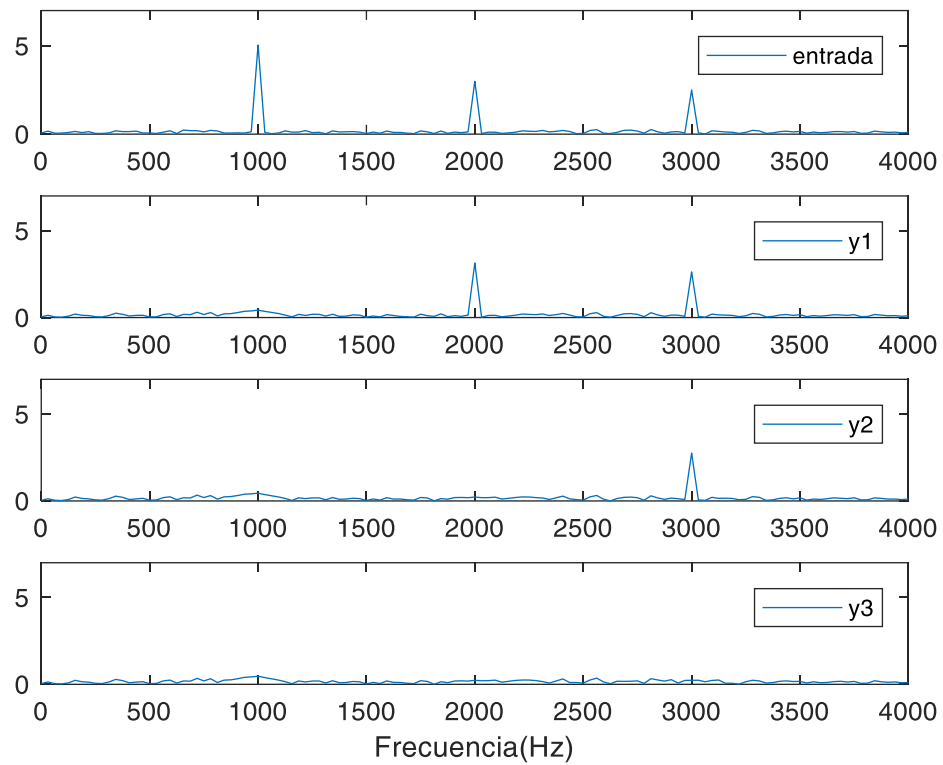


Fig 5. Espectros salida de cada etapa de filtrado.

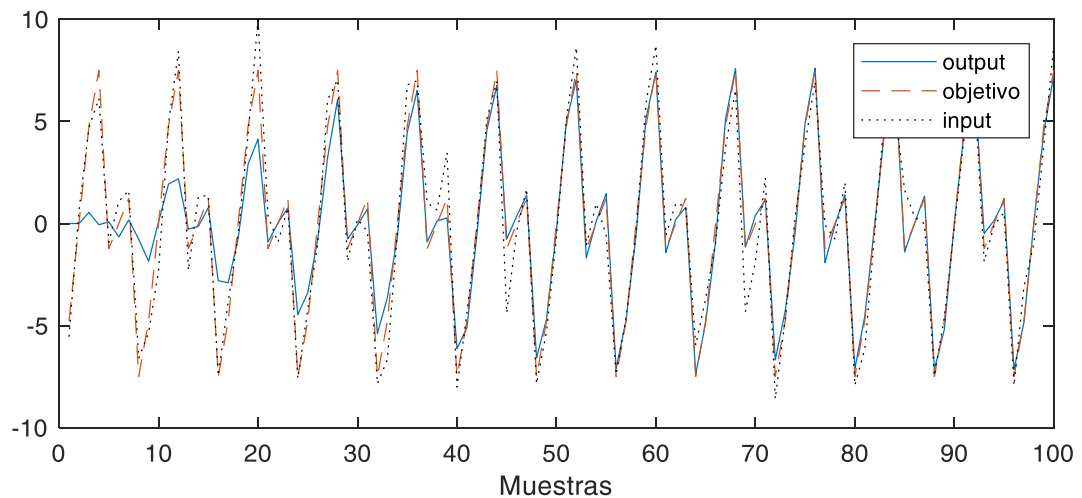


Fig 6. Señal de salida (línea azul continua), señal objetivo (línea roja de trazos) y entrada (línea negra de puntos)

Las figuras Fig 5 y Fig 6 demuestran el desempeño del algoritmo para la señal de 1kHz y dos armónicos. Para comprobar la convergencia del algoritmo ante cambios de frecuencia en la señal, se generó una señal que realice una transición instantánea de 1kHz a 750Hz cuando el filtro ya se encuentre estabilizado. En la Fig 7 se visualiza información sobre el ajuste (fitness) de la población de θ a medida que transcurren las generaciones. Es destacable que debido a la naturaleza del algoritmo puede darse la convergencia en la primera generación, como este caso.

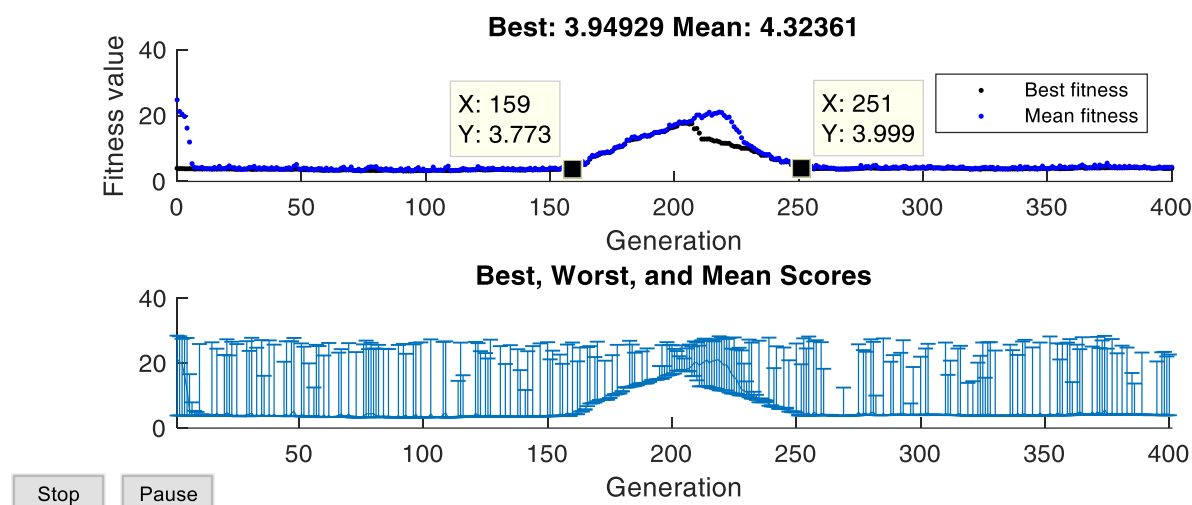


Fig 7. Resultados del algoritmo genético ante variación de frecuencia.

En la generación 159 aproximadamente, empeora el ajuste debido al cambio de frecuencia de la señal. Este termina de reincorporarse luego de alrededor de 100 generaciones. La cantidad de generaciones se ve afectada de gran manera por el tamaño de la ventana deslizante, debido a la imposibilidad de encontrar una solución óptima durante la coexistencia de dos frecuencias diferentes.

En comparación al método presentado en la sección 2.1, el cual posee un desempeño normal de 150 iteraciones para su convergencia, el algoritmo genético resulta más rápido. Inclusive puede reducirse la cantidad de generaciones reduciendo el tamaño de la ventana.

4. Conclusiones

En este trabajo, se propone la utilización de algoritmos genéticos para la obtención de coeficientes de filtros para el rastreo de la frecuencia de una señal senoidal y sus armónicos. Esta implementación resulta más robusta en el sentido de no precisar de una inicialización de los coeficientes específica, debido a que no le afectan los mínimos locales ni las zonas de pendiente muy pequeña. Además, se observa una convergencia más rápida que el algoritmo basado en gradiente.

Referencias

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory (2Nd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [2] J. F. Chicharo y T. S. Ng, «Gradient-based adaptive IIR notch filtering for frequency estimation», *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 38, n.º 5, pp. 769-777, may 1990.
- [3] L. Tan y J. Jiang, «Novel adaptive IIR filter for frequency estimation and tracking [DSP Tips Tricks]», *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 26, n.º 6, pp. 186-189, nov. 2009.
- [4] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, 1st ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.