

## Modelado de Sistemas Dinámicos Utilizando Técnicas de Inteligencia Artificial

Roberto Esteban Carballo<sup>a,b</sup>, Julio Marteniuk<sup>a</sup>, Jose Guillermo Sebely<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Investigación y Desarrollo en Ingeniería Electrónica (GID-IE), FI-UNaM, Oberá, Misiones, Argentina.

<sup>b</sup>Instituto de Materiales de Misiones (IMAM), CONICET, FCEQyN-UNAM, Posadas, Misiones, Argentina.

e-mails: robertocarballo@fio.unam.edu.ar, juliomarteniuk@fio.unam.edu.ar, sebely@fio.unam.edu.ar

---

### Resumen

En este trabajo se propone una metodología para modelar sistemas dinámicos utilizando técnicas de inteligencia artificial, particularmente modelado en base a datos. Como caso de estudio se utiliza el proceso de secado en una tambora rotativa, el cual contempla no linealidades y atrasos de transporte en su comportamiento dinámico. A partir de un modelo en espacio de estados de este proceso, se generan los datos de entrenamiento y validación para el modelo en base a datos. Se establece una estructura inicial del modelo utilizando un predictor general para identificación de sistemas dinámicos. Para desarrollar la metodología de modelado se analizan tres técnicas de modelado en base a datos, dos de estas están basadas en lógica difusa y la tercera en sistemas neuro-difusos. Para establecer los alcances que este tipo de técnicas pueden tener para diseñar sistemas de control, se presentan resultados de simulación obtenidos con el modelo en base a datos funcionando en un esquema a lazo cerrado.

**Palabras Clave** –Identificación de sistemas dinámicos, Inteligencia Artificial, Lógica difusa, Modelo en base a datos, Redes Neuronales.

### 1. Introducción

El modelado matemático de un sistema dinámico es utilizado con diferentes objetivos, entre estos el análisis del comportamiento de un determinado proceso, la optimización de su funcionamiento y/o el diseño de sistemas de control que permitan mejorar su desempeño [1].

Dependiendo del proceso pueden seguirse distintos enfoques para obtener su modelo dinámico. Los modelos basados en primeros principios, también conocidos como modelos de caja blanca, requieren un amplio conocimiento de las leyes físicas que gobiernan el sistema, de las cuales se obtienen las ecuaciones diferenciales que lo modelan [2]. En el otro extremo se encuentran los modelos de caja negra, los cuales solamente requieren de datos para realizar la identificación del sistema, utilizando una estructura del modelo elegida de un conjunto conocido a priori, el cual cuenta con suficiente flexibilidad para dar resultados aceptables [3].

Entre estos dos enfoques el modelado de caja gris combina las características de ambos, con lo cual aprovechando el conocimiento inicial que se tenga sobre el comportamiento físico del sistema, es posible definir una estructura reducida para el modelo y estimar los parámetros desconocidos que faltan identificar [3].

Entre las distintas técnicas del enfoque de caja gris se encuentran las basadas en lógica difusa, la cual es una rama de la inteligencia artificial [4]. Mediante esta herramienta es posible incorporar reglas verbales en el proceso de identificación, obteniéndose estas de un usuario experto que interpreta el proceso a través de expresiones lingüísticas en lugar de matemáticas.

La lógica difusa empleada en identificación de sistemas o como un controlador difuso, requiere de un FIS (*Fuzzy Inference System* – Sistema de Inferencia Difuso) que realice la traducción de las entradas numéricas en variables lingüísticas (fuzzyficación), luego; procese estas variables por medio de reglas y así producir las salidas lingüísticas (mecanismo de inferencia difuso), para finalmente defuzzificar con el objetivo de obtener las salidas numéricas. Este FIS puede tener una estructura propuesta por Mamdani [5], Takagi-Sugeno [6] o singleton, siendo la diferencia entre estos tres la forma en que se defuzzyfican las variables de salida.

La dificultad de utilizar el FIS, independientemente de la estructura que se elija, es que el usuario debe definir cada etapa de esta estructura, lo que resulta en un procedimiento poco práctico. Por este motivo, distintas propuestas se han formulado para asistir al usuario en el ajuste de ciertos parámetros, los cuales junto con el conjunto de datos extraídos del proceso, determinan dichas funciones y reglas [3].

Estas propuestas básicamente establecen los siguiente pasos del procedimiento de identificación paramétrica: i) definición de agrupamiento de datos, denominados *clusters*, y la ubicación de sus centros en el conjunto de datos, lo que determina directamente las reglas tanto en cantidad como sus expresiones lógicas; ii) definición del tipo de funciones de membresía a utilizar y iii) determinación de los consecuentes a partir de la minimización del error, el cual se define como la diferencia entre los datos de entrenamiento correspondientes a la salida y la salida producida por el modelo. De estos tres pasos lo único que estos métodos de identificación paramétrica dejan por definir al usuario es el ajuste de un parámetro, el cual a partir de un algoritmo de *clustering* determina la cantidad de *clusters*, además de las formas de las funciones de membresía.

En forma similar a los métodos de lógica difusa para el modelado por caja gris, también es posible utilizar un ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System* – Sistema de inferencia neuro-difuso adaptativo), el cual estructuralmente es equivalente a un FIS, pero con la diferencia de cada etapa es una capa de una red neuronal [7].

Hoy en día existen diversos paquetes de software que incorporan estos procedimientos de identificación paramétrica, por lo cual en este trabajo se hará uso particularmente de las herramientas incluidas en MATLAB, evaluándolas a partir de un análisis comparativo para establecer una metodología que permita modelar un sistema en base a datos.

El resto del trabajo se encuentra organizado de la siguiente forma, en la sección 2 se presenta el modelo en espacio de estados de un proceso de secado rotativo, con el cual se obtienen los datos de entrenamiento y validación para aplicar las técnicas de identificación paramétrica, en la sección 3 se define la estructura del modelo, en la sección 4 se realiza una comparativa entre distintas técnicas de identificación paramétrica por enfoque de caja gris y se establece una metodología para aplicar sistemáticamente estas herramientas, para finalmente en la sección 5 presentar las conclusiones.

## **2. Modelo dinámico de un Proceso de Secado Rotativo**

Para aplicar las técnicas de identificación de sistemas por enfoque de caja gris, se generaron los datos a partir de un modelo dinámico que describe un proceso de secado en tambora rotativa, el cual es un proceso que se encuentra en distintas industrias de secado de alimentos y materiales, como ser por ejemplo el sapecado de yerba mate.

En este proceso de interés regional, existe la motivación particular de modelar dicho sistema debido a que actualmente el control del sapecado se realiza en forma manual por un experto, quedando afectada la calidad del producto por la velocidad de reacción del operario y el cansancio que acumula este en una jornada diaria. Con un modelo que represente el comportamiento dinámico entre las salidas y entradas del proceso de sapecado, sería posible simular el comportamiento del sistema y diseñar controladores que permitan automatizar el proceso.

El modelo propuesto por [8] establece una descripción en espacio de estados que modela el sistema comprendido por un cilindro o tambora que rota sobre su eje, al cual entra por un extremo un determinado sólido con una humedad inicial y un gas a temperatura mayor que la temperatura ambiente, transportando el sólido por aspás dentro de este cilindro hasta el otro extremo, donde se tiene como salida el sólido con humedad final y gases con temperatura menor que el gas de entrada.

El modelo de espacio de estados propuesto en [8] viene dado por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

Donde los estados del sistema  $\mathbf{x}$  son

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} X_{s,out} \\ T_{s,out} \\ T_{g,out} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} X_{s,out} : \text{humedad relativa del sólido a la salida de la tambora} \\ T_{s,out} : \text{temperatura del sólido a la salida de la tambora (K)} \\ T_{g,out} : \text{temperatura del gas a la salida de la tambora (K)} \end{array}\quad (2)$$

El vector de entradas  $\mathbf{u}$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} T_{g,in} \\ T_{s,in} \\ X_{s,in} \\ v_s \\ F_s \\ F_g \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} T_{g,in} : \text{temperatura del gas a la entrada de la tambora (K)} \\ T_{s,in} : \text{temperatura del sólido a la entrada de la tambora (K)} \\ X_{s,in} : \text{humedad relativa del sólido a la entrada de la tambora} \\ v_s : \text{velocidad lineal del sólido en la dirección axial (m/s)} \\ F_s : \text{densidad lineal del sólido de entrada (kg/m)} \\ F_g : \text{densidad lineal del gas de entrada (kg/m)} \end{array}\quad (3)$$

Estando  $\mathbf{A}$  dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \\ a_{11} &= -(\bar{v}_s / L + k_1); \\ a_{12} &= -k_2; \\ a_{13} &= -k_3; \\ a_{21} &= -\lambda k_1 / C_s; \\ a_{22} &= -\left(1 / L \bar{v}_s + U_v V_v / (C_s \bar{F}_s) + \lambda k_2 / C_s\right); \\ a_{23} &= U_v V_v / (C_s \bar{F}_s) - \lambda k_3 / C_s; \\ a_{31} &= -\lambda \bar{F}_s k_1 / (C_g \bar{F}_g); \\ a_{32} &= U_v V_v / (C_g \bar{F}_g) - \lambda \bar{F}_s k_2 / (C_g \bar{F}_g); \\ a_{33} &= -\left(\bar{v}_g / L + U_v V_v / (C_g \bar{F}_g) + \lambda \bar{F}_s k_3 / (C_g \bar{F}_g)\right)\end{aligned}\quad (4)$$

$\mathbf{B}$  dada por

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} & b_{36} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= b_{12} = b_{15} = b_{16} = b_{21} = b_{23} = b_{25} = b_{32} = b_{33} = b_{34} = 0 \\
 b_{13} &= b_{22} = b_{31} = \bar{v}_s / L; \\
 b_{14} &= -1/L(\bar{X}_{s,out} - \bar{X}_{s,in}); \\
 b_{24} &= -1/L(\bar{T}_{s,out} - \bar{T}_{s,in}); \\
 b_{26} &= -\frac{U_v V_v}{C_g \bar{F}_g^2}(\bar{T}_{g,out} - \bar{T}_{g,in}); \\
 b_{35} &= \frac{U_v V_v}{C_g \bar{F}_g^2}(\bar{T}_{g,out} - \bar{T}_{s,out}) + \frac{\lambda \bar{F}_s}{C_g \bar{F}_g^2}(k_1 \bar{X}_{s,out} + k_2 \bar{T}_{s,out} + k_3 \bar{T}_{g,out}) \\
 b_{36} &= -\frac{\lambda}{C_g \bar{F}_g}(k_1 \bar{X}_{s,out} + k_2 \bar{T}_{s,out} + k_3 \bar{T}_{g,out})
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

**Tabla 1: Parámetros del sistema**

Abreviatura	Valor	Unidad	descripción
$C_g$	1.01	kJ/kg K	Calor específico del aire de secado
$C_s$	1.859	kJ/kg K	Calor específico del solido
$\bar{v}_g$	1.5	m/s	Velocidad lineal media del aire de secado
$\bar{v}_s$	0.0552	m/s	Velocidad lineal media del solido
$L$	9.6	m	longitud del cilindro
$D$	2.57	m	diámetro interior del Cilindro
$S$	0.01	m/m	Pendiente del cilindro
$N$	10	Rpm	Velocidad de giro del cilindro
$V_v$	5.1875	m <sup>3</sup> /m	volumen del cilindro por unidad de longitud
$\bar{F}_g$	2.533	kg/m	Densidad lineal media del aire de secado
$\bar{F}_s$	4.0033	kg/s	Densidad lineal media del solido
$U_v$	4.70	kJ/s m <sup>3</sup> K	coeficiente volumétrico de transmisión de calor
$\bar{T}_{g,in}$	700+273.15	K	Temperatura media del aire de secado a la entrada
$\bar{T}_{g,out}$	120+273.15	K	Temperatura media del aire de secado a la salida
$\bar{T}_{s,in}$	25+273.15	K	Temperatura media del solido a la entrada
$\bar{T}_{s,out}$	60+273.15	K	Temperatura media del solido a la salida
$\bar{X}_{s,in}$	1.68	kg de agua/kg de hoja seca	Humedad relativa media del solido a la entrada
$\bar{X}_{s,out}$	0.2	kg agua/kg de hoja seca	Humedad relativa media del solido a la salida
$\lambda$	2261	kJ/kg	Calor latente de evaporación
$k_1$	0.8e-2	1/s	Constante que relaciona la humedad relativa del solido con la tasa de secado
$k_2$	0	K/s	Constante que relaciona la temperatura del solido con la tasa de secado
$k_3$	3.5e-5	K/s	Constante que relaciona la temperatura de los gases de secado con la tasa de secado

Todos los valores denotados con una raya arriba significan valores de estado estable en el punto de operación donde se linealizó el sistema, ya que las ecuaciones para obtener el modelo fueron

linealizadas en torno a un punto de operación a partir de un modelo de parámetros distribuidos. Estos valores se tomarán como valores medios.

Debido al atraso de transporte que existe en el proceso, producido por el recorrido del producto desde la entrada hasta la salida del cilindro, es necesario aplicar el siguiente atraso de transporte a las salidas del modelo de espacio de estados

$$g_{\text{atraso}}(t) = e^{-L/\bar{v}_s t} \quad (6)$$

Los parámetros que aparecen en las ecuaciones (4) y (5) se resumen en la Tabla 1, junto a los valores utilizados en la simulación.

Para poder agilizar las simulaciones se determinó el modelo de espacio de estados discreto utilizando la discretización por retenedor de orden cero en MATLAB, utilizando un tiempo de muestreo de 10 seg.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{G}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}u(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (7)$$

Este modelo fue implementado en Simulink de MATLAB® para la obtención de los datos y la posterior validación del modelo basado en datos.

### 3. Definición de la estructura del modelo

Matemáticamente es posible definir un predictor general MISO (*Multiple Input-Single Output – múltiples entradas – una salida*) de la siguiente forma [3]

$$\hat{y}(t, \theta) = g(\varphi(t), \theta) \in \mathbb{R} \quad (8)$$

Donde la función  $g(.,.)$  es un predictor basado en señales conocidas en el instante  $t$ . La estructura del predictor está determinada por el regresor  $\varphi(t)$ , el cual mapea señales de salida en el instante  $t-1$  y señales de entradas hasta el instante  $t$  a un  $r$ -dimensional vector de regresión. Este vector viene dado generalmente por

$$\varphi(t) = [y(t-1) \dots y(t-k) \ u_1(t) \dots u_1(t-k_1) \dots u_m(t) \dots u_m(t-k_m)]^T \quad (9)$$

mientras que  $\theta$  es lo que parametriza como  $g(.,.)$  realiza el mapeo.

De esta forma, el vector de regresión tiene el fin de establecer cuáles son las dinámicas que el modelo debe de poder representar, siendo necesario por ejemplo en el caso de un modelo de primero orden, tener únicamente en el vector de regresión a la salida en el instante anterior y a las entradas en el instante actual, mientras que a medida que se incrementa el orden del sistema a modelar, se debe ir agregando señales en instantes anteriores al vector de regresión.

A partir de esta formulación, para poder obtener un modelo de un proceso dinámico es necesario i) definir las dinámicas que el modelo debe poder representar, lo cual define la estructura del modelo, además de ii) la forma de realizar el mapeo entrada-salida.

La definición de la estructura del modelo requiere de un conocimiento a priori del proceso o, en su defecto, ir incrementando el número de entradas correspondientes a instantes de tiempo anteriores para que el modelo se aproxime mejor al comportamiento real del sistema.

En el proceso real del sistema de secado de sólidos es posible identificar que habrá dinámicas de primer orden debido al comportamiento térmico del sistema, además de un comportamiento de atraso de transporte entre las entradas y salidas por las considerables dimensiones del cilindro utilizado en estos proceso. Lo incierto del sistema real vendrá dado por las dinámicas de secado las

cuales no necesariamente seguirán el comportamiento de primero orden, aunque en el modelo utilizado para obtener los datos se considera que estas dinámicas son de primer orden.

Considerando estos factores, es de esperar que debido al atraso de transporte que existe en el proceso, predomine un comportamiento dinámico de orden mayor que uno, ya que un atraso de transporte puede analizarse por la aproximación de Pade en el dominio de la frecuencia como [9]

$$\mathcal{L}[e^{-\sigma t}] = \frac{b_p \sigma^p + \dots + b_1 \sigma + b_0}{a_q \sigma^q + \dots + a_1 \sigma + a_0} \quad (10)$$

Por este motivo, se comenzará con una estructura del modelo que contiene la velocidad lineal del sólido, la humedad relativa del sólido en la entrada y la humedad relativa del sólido a la salida en el instante anterior, siendo la salida del modelo la humedad relativa del sólido a la salida. Por lo tanto, el vector de regresión inicial en tiempo discreto del modelo en base a datos a determinar viene dado por

$$\varphi(k) = [v_s(k) \quad X_{s,in}(k) \quad X_{s,out}(k-1)]^T \quad (11)$$

Como procedimiento se establece que partiendo del vector de regresión inicial definido, se irá incrementando la estructura del modelo a medida que no se obtengan resultados satisfactorios con dicho modelo.

A continuación, se presentará una comparativa de la aplicación de distintas técnicas de identificación paramétrica por enfoque de caja gris mediante herramientas de MATLAB.

#### 4. Comparación de técnicas de identificación paramétrica por enfoque de caja gris

Para generar los distintos FIS se utilizaron las funciones *genfis2*, *genfis3* y *anfis* de MATLAB. Las funciones *genfis2* y *genfis3* utilizan los algoritmos de *clustering* sustractivo [10] y *fuzzy-c means* [11], respectivamente, con los cuales identifican el número de reglas y funciones de membresía de entrada, estableciendo los parámetros de los consecuentes a partir de mínimos cuadrados. La función *anfis* requiere de un FIS que puede generarse con cualquiera de los dos *genfis* (inclusive *genfis1*, que utiliza *grid partition* en lugar de *clustering*, siendo este método descartado por generar una significativa cantidad de reglas en comparación con los métodos de *clustering*), para luego entrenar por una combinación de mínimos cuadrados y *backpropagation* (retropropagación).

Para realizar el entrenamiento del modelo se utilizó el conjunto de datos de la Fig. 1.

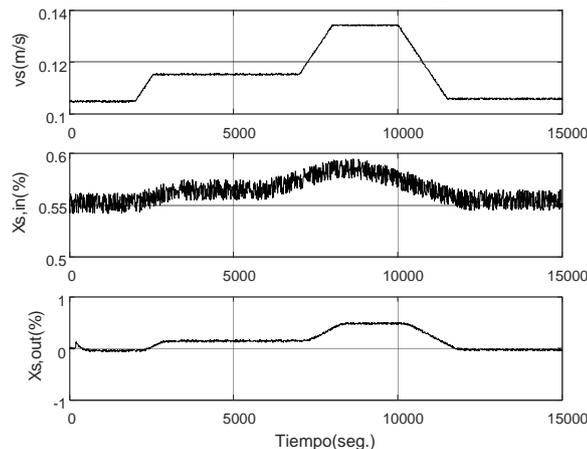
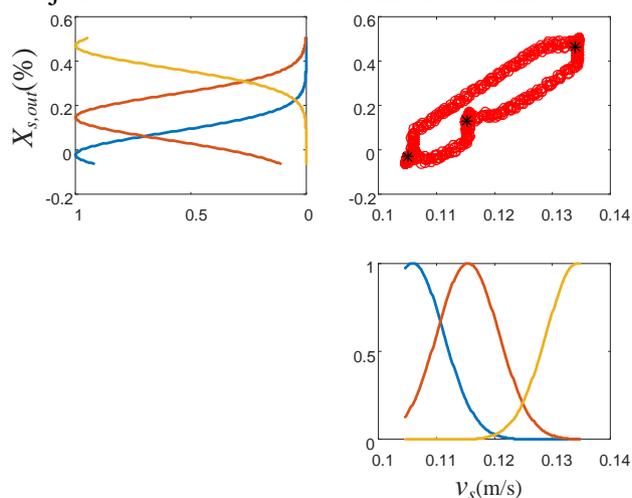


Fig. 1: Datos de entrenamiento.

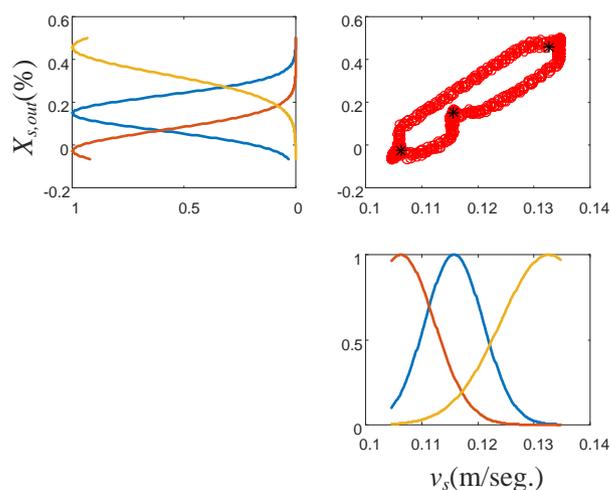
El ruido en las mediciones de humedad del sólido en la entrada y la salida es del mismo orden de magnitud, presentándose menores variaciones de humedad del sólido de entrada debido a que esto es de esperarse en el proceso de secado. Una característica importante de notar es que a medida que la velocidad lineal del sólido aumenta, la humedad del sólido a la salida también se incrementa, lo cual es de esperar por el menor tiempo de residencia que tiene el sólido en la tambora.

Para analizar el proceso de identificación paramétrica con enfoque de caja gris, en un primer paso no se tuvieron en cuenta las no linealidades en el sistema, para incorporarlas luego una vez comprendida la técnica.

A partir de los datos de entrenamiento presentados en la Fig. 1, en la Fig. 2 se presenta el conjunto entrada-salida correspondiente a la humedad del sólido a la salida en función de la velocidad lineal del sólido, junto con los centros de *clusters* identificados por el algoritmo de *clustering* sustractivo (función *subclust* de Matlab) y las funciones de membresía de entrada que genera *genfis2*. El parámetro más importante requerido tanto por *subclust* como por *genfis2* es el radio de influencia para determinar los centros de *clusters*, el cual se utilizó como 0.5 para determinar tres centros de *clusters*, lo cual resulta ser suficiente en función de lo observado sobre el conjunto de datos de entrenamiento utilizado.



**Fig. 2:** Humedad del sólido a la salida en función de la velocidad lineal del sólido para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó el algoritmo de *clustering* sustractivo para obtener el modelo en base a datos.

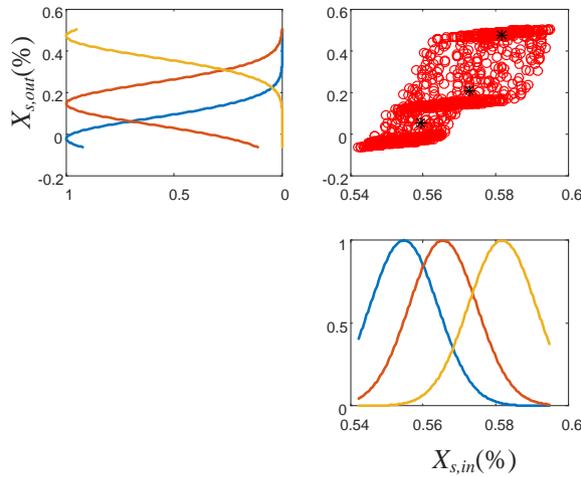


**Fig. 3:** Humedad del sólido a la salida función de la velocidad lineal del sólido para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó *genfis3* para obtener el modelo en base a datos.

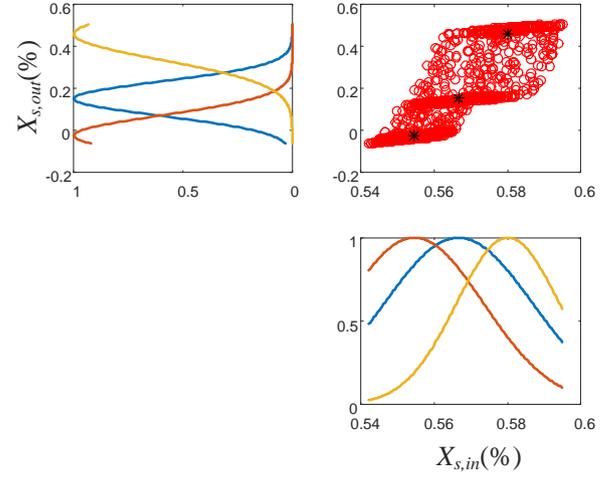
Para el caso de utilizar la función *genfis3*, el algoritmo *fuzzy-c means* requiere como parámetro especificar el número de *clusters* que se deben determinar, por lo que de la observación sobre el conjunto de datos el número de *clusters* es tres. Especificando esto a la función *fcm* con el conjunto de datos de entrenamiento, se obtuvieron los centros de *clusters* que se observan sobre el conjunto de par entrada-salida de la Fig. 3.

Como se puede observar en la Fig. 2, existe una correspondencia entre los centros de *cluster* y los picos de las funciones gaussianas de cada función de membresía, lo cual no significa que siempre coincidirán si se utiliza *genfis2* para generar el FIS.

En la Fig. 4 se presenta el conjunto entrada-salida correspondiente a la humedad del sólido a la salida en función de la humedad del sólido a la entrada, junto con los centros de *clusters* identificados por el algoritmo de *clustering* sustractivo y las funciones de membresía de entrada que genera *genfis2*.

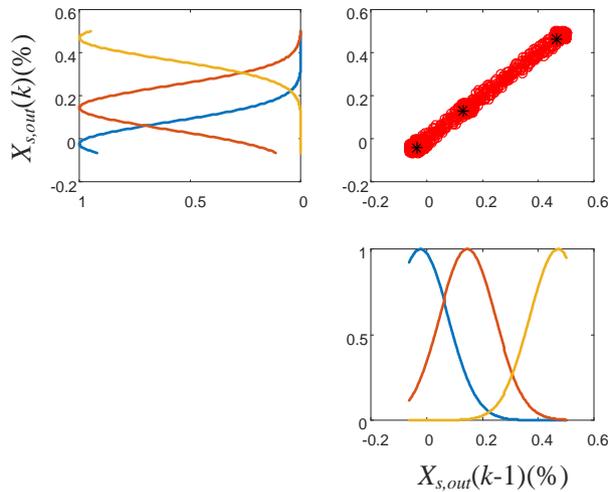


**Fig. 4:** Humedad del solido a la salida función de la humedad del sólido a la entrada para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó *genfis2* para obtener el modelo en base a datos.

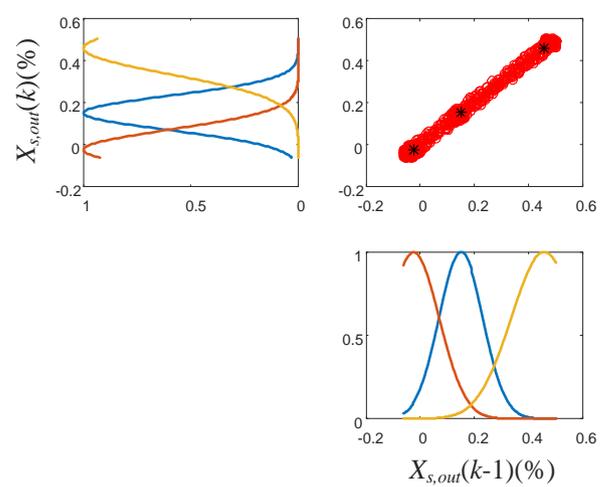


**Fig. 5:** Humedad del solido a la salida función de la humedad del sólido a la entrada para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó *genfis3* para obtener el modelo en base a datos.

En la Fig. 4 se observa que los centros de *cluster* en este caso no coinciden con los picos de las funciones gaussianas de cada función de membresía, con lo cual se confirma lo mencionado en el párrafo anterior.



**Fig. 6:** Humedad del solido a la salida función de la humedad del sólido a la salida en el instante (k-1) para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó *genfis2* para obtener el modelo en base a datos.



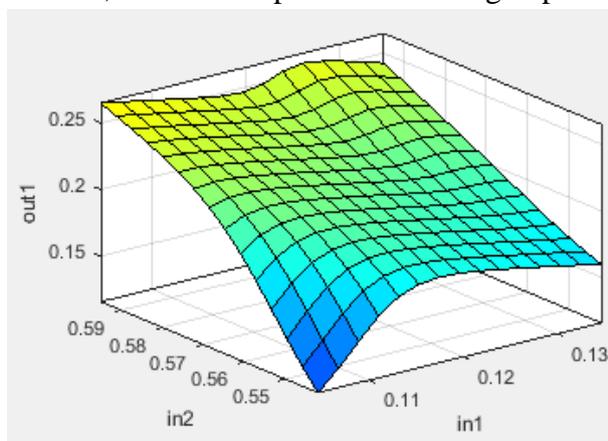
**Fig. 7:** Humedad del solido a la salida función de la humedad del sólido a la salida en el instante (k-1) para los datos de entrenamiento utilizados, junto con las funciones de membresía obtenidas para cada una de las entradas cuando se utilizó *genfis3* para obtener el modelo en base a datos.

Para la misma relación entrada-salida, la Fig. 5 muestra el caso de utilizar *genfis3*. En este caso se aprecia una mayor diferencia en la forma y distribución de las funciones de membresía, observándose que los centros de *clusters* y los picos de las funciones de membresía coinciden cuando se utiliza *genfis3* para generar el modelo en base a datos.

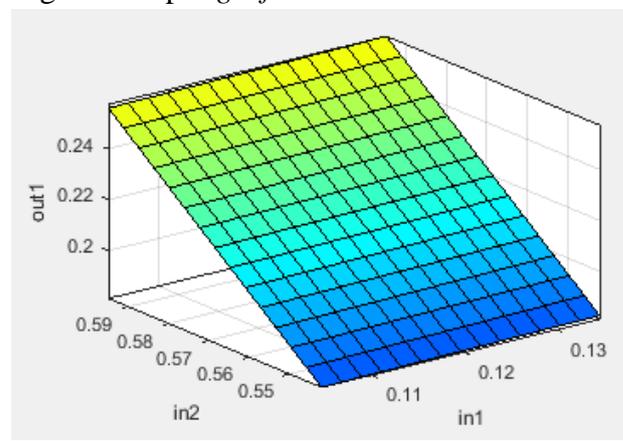
En la Fig. 6 se presenta el conjunto entrada-salida correspondiente a la humedad del sólido a la salida en función de la humedad del sólido a la salida en el instante (k-1), junto con los centros de *clusters* identificados por el algoritmo de *clustering* sustractivo (función *subclust* de Matlab) y las funciones de membresía de entrada que genera *genfis2*.

Para la misma relación entrada-salida, En la Fig. 7 s muestra el caso de utilizar *genfis3*. Comparando las Fig. 6 y Fig. 7 para este conjunto de datos no se observan diferencias significativas al utilizar uno u otro método.

Desde un punto de vista geométrico sobre la relación entrada-salida generada por el FIS, es posible asociar por cada par de entradas una superficie que relaciona a estas con una salida del modelo, lo cual se representa en la Fig. 8 para el FIS generado por *genfis2*.



**Fig. 8:** Superficie del FIS generada por *genfis2* para el caso del modelo con tres entradas y una salida.

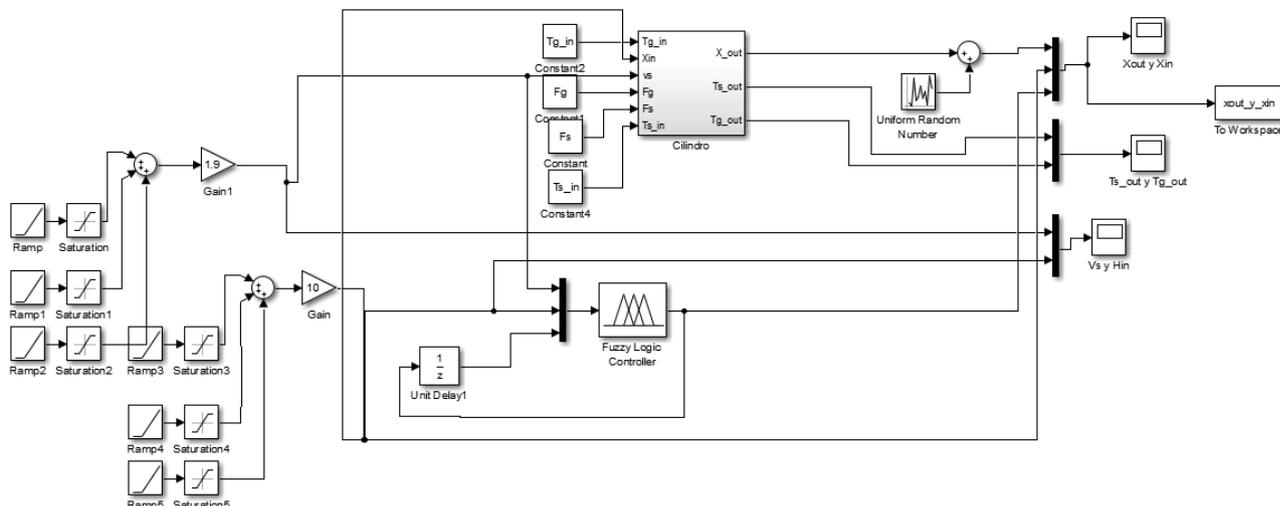


**Fig. 9:** Superficie del FIS generada por *genfis3* para el caso del modelo con tres entradas y una salida.

Los relieves en la superficie están asociados a no linealidades que contiene el modelo, que pueden o no estar relacionadas a no lineales entre la salida y las entradas obtenidas realmente del proceso. En este caso como los datos obtenidos provienen de un modelo lineal, las no linealidades denotadas por la superficie del FIS obtenido por *genfis2* son errores del modelo en base a datos obtenido.

En la Fig. 9 se presenta la superficie obtenida para el caso de utilizar *genfis3*. En esta figura se observa que el modelo obtenido por este método presenta un comportamiento lineal.

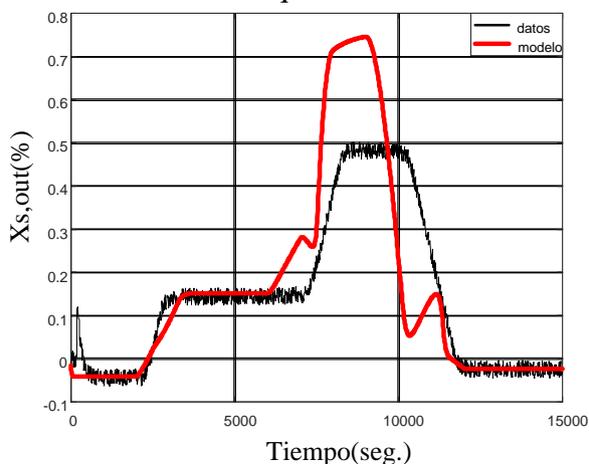
Para observar el comportamiento del modelo en base a datos obtenido y compararlo con la respuesta del modelo del proceso utilizado para obtener los datos, se implementó en Simulink de MATLAB el esquema de la Fig. 10.



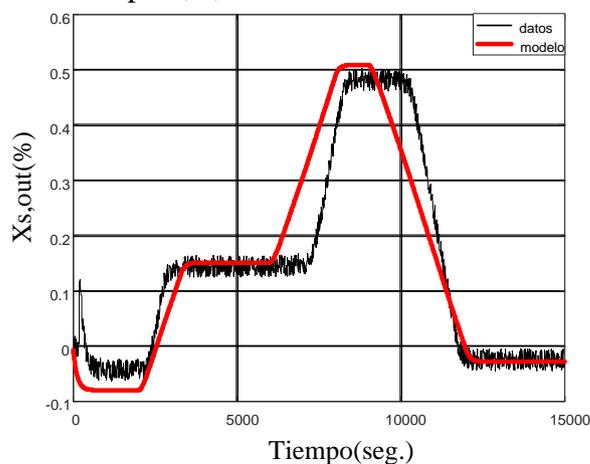
**Fig. 10:** Esquema implementado para evaluar el desempeño del modelo en base a datos en comparación con los resultados obtenidos del modelo dinámico del proceso.

Es importante notar que como datos de validación del modelo no es posible utilizar los datos de entrenamiento ni datos de validación proporcionando la salida en los instantes anteriores, ya que se obtendría una excelente correlación entre entrada salida por estar ingresando al modelo en base a los datos con la salida correspondiente a ese conjunto de entrada-salida. Por tal motivo se observa que la entrada correspondiente a la salida en el instante  $(k-1)$  es obtenida implementando un atraso en la salida obtenida del modelo en base a datos.

En la Fig. 11 se presenta la respuesta del modelo en base a datos obtenido con *genfis2* para una estructura del modelo que utiliza un vector de regresión dado por (11).



**Fig. 11:** Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis2* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (11), siendo el conjunto de datos de entrada los mismos que los datos de entrenamiento, con la entrada correspondiente a la salida del instante anterior generada por el propio modelo en base a datos.



**Fig. 12:** Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis3* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (11), siendo el conjunto de datos de entrada los mismos que los datos de entrenamiento, con la entrada correspondiente a la salida del instante anterior generada por el propio modelo en base a datos.

Como es posible observar, el modelo en base a datos generado con *genfis2* no logra representar correctamente la respuesta del modelo cuando se utilizan el mismo set de datos de entrada

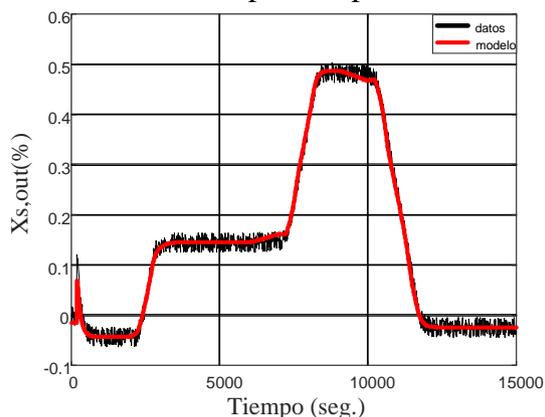
utilizados para el entrenamiento, siendo el motivo de esto que no se tiene en el FIS información de las dinámicas de mayor orden necesarias para modelar este proceso.

En la Fig. 12 se presenta el resultado de simulación obtenido con el modelo dado por *genfis3*, observándose una gran diferencia debido a las mismos motivos que se analizaron para el caso del modelo obtenido por *genfis2*.

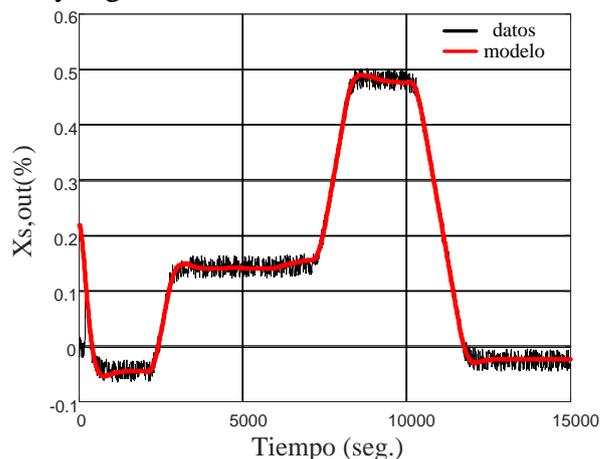
Incluyendo entonces más entradas en la estructura del modelo, a continuación se presenta el vector de regresión que logra obtener un buen comportamiento del modelo en base a datos en comparación con el modelo del proceso

$$\varphi(k) = [v_s(k) \quad v_s(k-1) \quad v_s(k-2) \quad X_{s,in}(k) \quad X_{s,in}(k-1) \quad X_{s,in}(k-2) \quad X_{s,out}(k-1) \quad X_{s,out}(k-2) \quad X_{s,out}(k-3)]^T \quad (12)$$

Este vector regresión quiere decir que el modelo en base a datos que logro un comportamiento aceptable para modelar al proceso requiere de dinámicas de orden 3. Realizando la identificación paramétrica utilizando *genfis2* y *genfis3* para el modelo con el vector de regresión dado por (12), se obtuvieron en Simulink los resultados para observar el comportamiento de los dos modelos en base a datos, siendo las respuestas presentadas en la Fig. 13 y Fig. 14.



**Fig. 13:** Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis2* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12), utilizando como entradas los datos de entrenamiento.

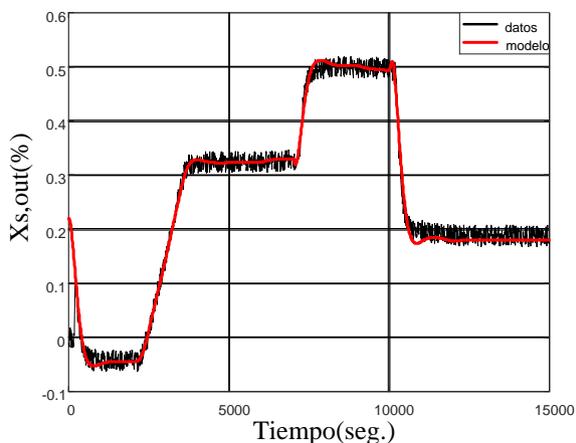


**Fig. 14:** Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis3* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12).

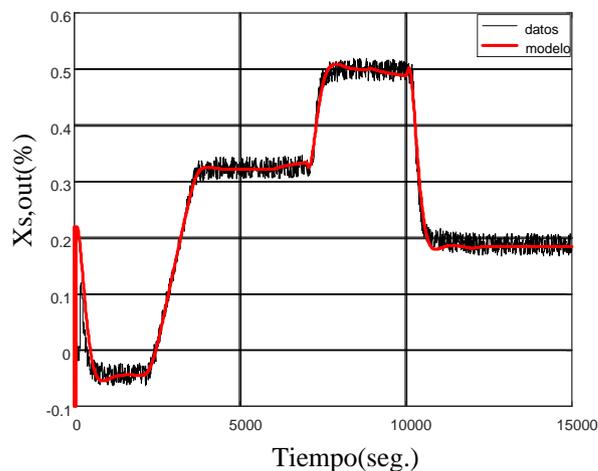
Como es posible observar, con el vector de regresión dado por (12) se tiene un comportamiento aceptable entrada-salida para ambos modelos en base a datos.

Con el objetivo de analizar la capacidad de generalización que tienen los modelos obtenidos, en la Fig. 15 y Fig. 16 se presentan las respuestas de los modelos en base a datos dados por *genfis2* y *genfis3* respectivamente, para el caso de utilizar otros datos de entrada, denominándose de aquí en adelante a este conjunto de datos como datos de validación.

Como es posible observar, los modelos en base a datos no solamente representaron correctamente valores de régimen permanente diferentes a los obtenidos con el conjunto de entrada-salida de entrenamiento, sino que también obtuvieron buenos resultados al representar velocidades de respuesta mayores, con lo cual se concluye que se tiene una buena capacidad para generalizar la respuesta de los modelos ante otras características dinámicas de las entradas.



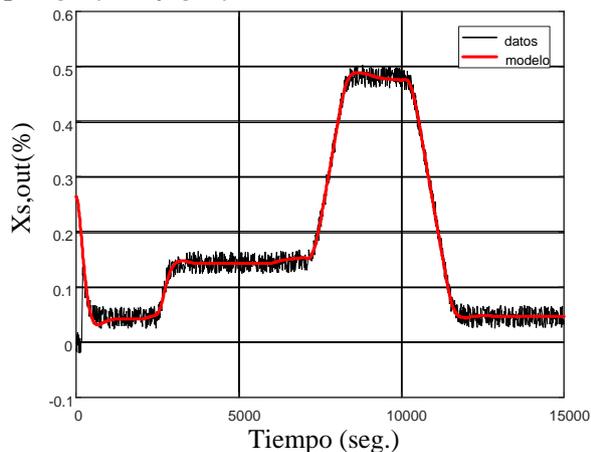
**Fig. 15: Validación del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis2* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12), utilizando como entradas los datos de validación.**



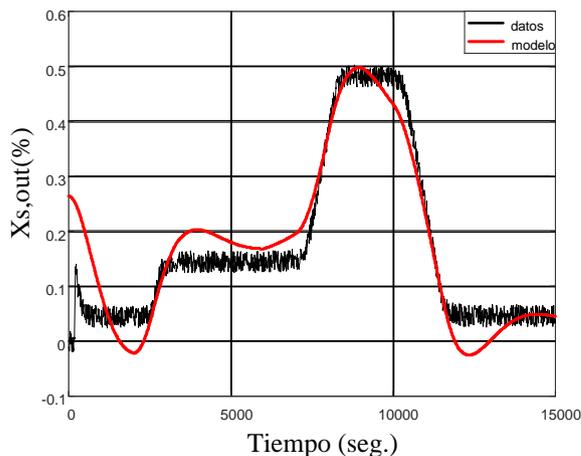
**Fig. 16: Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis3* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12), utilizando como entradas los datos de validación.**

Considerando que el accionamiento del motor puede incluir un limitador para que la velocidad de salida del motor quede limitada a un valor mínimo, garantizando de esa forma que no se pueda quemar el producto por exceso de exposición al calor dentro de la tambora, se incluye a continuación un saturador en la variable que correspondería a la velocidad de la tambora.

Incluyendo esta no linealidad y entrenando nuevamente el sistema con los nuevos datos de entrenamiento, se presentan en la Fig. 17 y Fig. 18 los resultados obtenidos de los FIS generados por *genfis2* y *genfis3*.



**Fig. 17: Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis2* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12) poseyendo la planta modelada una no linealidad en una de sus entradas.**

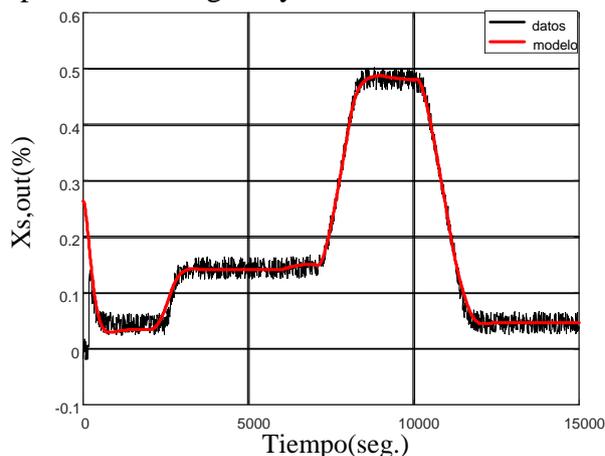


**Fig. 18: Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis3* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12) poseyendo la planta modelada una no linealidad en una de sus entradas.**

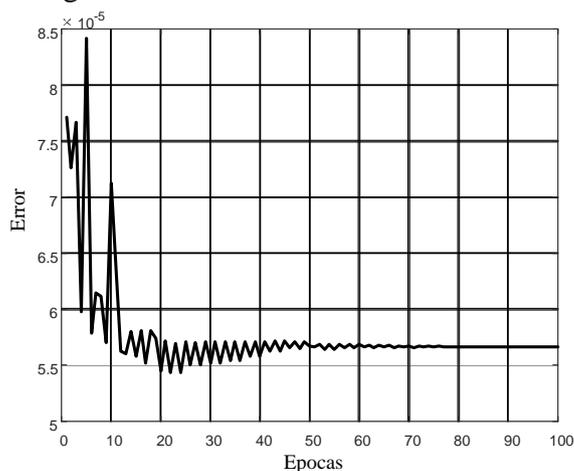
Debido a la saturación incluida en la variable que entra como velocidad de referencia, la humedad del sólido a la salida no consigue disminuir por debajo de cero, lo cual es el efecto deseado que evitaría quemar el producto durante el secado. Como es posible observar de estos resultados, el FIS generado por *genfis2* logra reproducir los datos de entrenamiento cuando se tiene una no linealidad en el proceso, mientras que el FIS generado por *genfis3* no logra el mismo resultado.

El motivo por el cual el modelo en base a datos obtenido con *genfis3* no logra reproducir el comportamiento del sistema, se debe a que este no logra captar la no linealidad que posee el proceso, obteniendo siempre una superficie plana entre datos entrada-salida.

Utilizando el FIS generado por *genfis3* y reentrenándolo utilizando *anfis*, se consigue mejorar la respuesta del modelo en base a datos, ya que el algoritmo de entrenamiento que utiliza esta función logra captar las no linealidades del proceso. Los resultados que demuestran esto se presentan en la respuesta en la Fig. 19 y el error de entrenamiento en la Fig. 20.



**Fig. 19: Respuesta del modelo en base a datos obtenido utilizando *genfis3* y entrenado con *anfis* siendo la estructura del modelo dada por el vector de regresión (12), poseyendo la planta modelada una no linealidad en una de sus entradas.**



**Fig. 20: Error de entrenamiento al utilizar *anfis* para entrenar el FIS generado por *genfis3* con una estructura del modelo dada por el vector de regresión (12).**

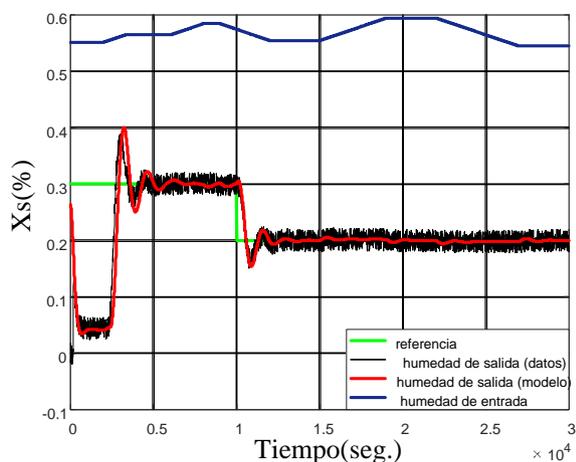
Finalmente, a continuación se presenta el resultado del FIS funcionando a lazo cerrado con un controlador.

#### 4.1. Análisis del modelo en base a datos operando a lazo cerrado

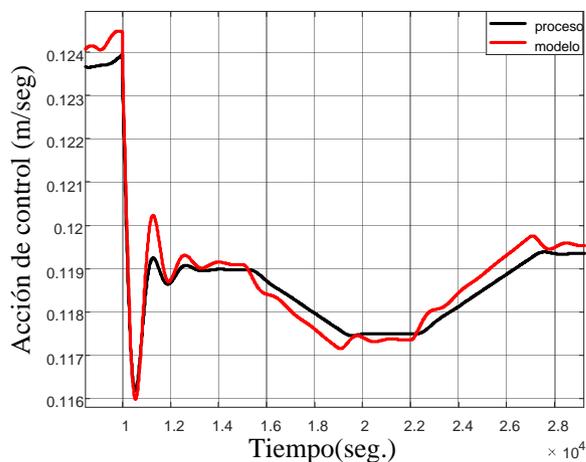
Para esta prueba se incluyó un controlador PI para regular la humedad del sólido a la salida tanto en el modelo por espacio de estados como en el modelo en base a datos, de tal manera de comparar las respuestas de los dos sistemas.

En la Fig. 21 se presentan los resultados de simulación para esta condición, observándose al inicio de la respuesta que las ambas son significativamente diferentes, siendo esto aceptable ya que en la partida las condiciones iniciales hacen que el modelo en base a datos se comporte significativamente diferente que la respuesta del proceso, por lo cual para analizar la validez del modelo bajo este tipo de ensayo, es necesario luego de transcurrido cierto tiempo en la simulación, realizar una variación de referencia como la observada desde 0.3% a 0.2%, observando que el modelo en este caso logra una respuesta que representa al comportamiento del proceso a lazo cerrado.

Para observar las diferencias en las acciones de control generadas cuando se utiliza cada uno de los dos modelos en la simulación, en la Fig. 22 se presentan estos resultados para el intervalo de tiempo desde 10 000 seg. hasta los 30 000 seg., que es el tiempo en el cual se produce una variación en la humedad de entrada.



**Fig. 21:** Respuesta del sistema a lazo cerrado obtenida utilizando el modelo en espacio de estados y el modelo en base a datos.



**Fig. 22:** Acción de control obtenida mediante la simulación a lazo cerrado con el modelo de espacio de estados y el modelo en base a datos.

Como es posible deducir de la Fig. 22, la velocidad lineal del sólido disminuye de manera de compensar el incremento en la humedad de entrada. Si bien las acciones de control obtenidas con cada modelo difieren una de otra, desde el punto de vista de respuesta dinámica es posible utilizar el modelo en base a datos para diseñar el controlador de humedad del sólido a la salida.

#### 4.2. Metodología propuesta para obtener un modelo en base a datos

En función del análisis realizado en este trabajo, a continuación se propone una metodología para lograr modelar a partir de los datos un determinado proceso dinámico del tipo MISO, cuando se utiliza un enfoque de caja gris.

- 1) Escogiendo el conjunto de entradas con las que se requiere modelar el sistema, comenzar con las entradas en los instantes actuales y la salida en el instante anterior, para luego de realizar los pasos que se detallan a continuación, incrementar el número de entradas incorporando los instantes anteriores hasta lograr que el modelo obtenga los resultados deseados.
- 2) A partir de un determinado conjunto de datos de entrada-salida, graficar en el plano x-y cada conjunto de datos superponiendo los centros de *cluster* determinados con *clustering* sustractivo con diferentes radios de influencia, con el objetivo de determinar el número de centros de *cluster* mínimos para la generación de las reglas y funciones de membresía de entrada y salida.
- 3) Utilizando *genfis2* con el radio de influencia determinado en el punto anterior, generar el FIS con el cual obtener los resultados con datos de entrenamiento y validación.
- 4) Utilizando *genfis3* y especificando el número de *clusters* obtenidos con el radio de influencia del algoritmo de *clustering* sustractivo en el punto 2), generar un FIS inicial para entrenarlo con *anfis*, de forma tal de captar posibles no linealidades del proceso. Obtener los resultados con datos de entrenamiento y validación.
- 5) Comparar los resultados del punto 3) y 4) de forma de establecer el FIS que mejor represente al modelo del sistema.
- 6) En caso que no se obtengan resultados aceptables volver al punto 1).

## 5. Conclusiones

Se ha presentado un procedimiento para modelar en base a datos procesos dinámicos utilizando técnicas de identificación difusa y neuro-difusas, teniendo como objetivo obtener un modelo para diseñar controladores que permitan regular alguna de las variables del proceso.

Para obtener los datos con los cuales aplicar las distintas técnicas de modelado en base a datos, se utilizó un modelo en espacio de estados que representa un proceso de secado con tambora rotativa, simulando este modelo para generar tanto los datos de entrenamiento como los de validación. Si bien el modelo puede simular hasta 3 salidas para 6 entradas, se utilizaron solamente 1 salida y 2 entradas para ilustrar el procedimiento.

A partir de un marco teórico introductorio sobre identificación de sistemas dinámicos, se establecieron los lineamientos generales para aplicar un enfoque de modelado por caja gris, en el cual es necesario establecer una estructura del modelo definiendo las variables de entrada necesarias en instantes actuales y anteriores, con las cuales el modelo una vez entrenado con las técnicas difusas y neuro-difusas, logra representar las dinámicas del proceso.

A partir del análisis presentado se determinaron los alcances y limitaciones de cada técnica, pudiendo resumir las características que se logran con cada modelo, son que ambos logran modelar procesos con no linealidades, siendo necesario en el caso de utilizar la función de MATLAB *genfis3* para generar el sistema de inferencia difuso, en que este debe ser reentrenado con ANFIS para captar las no linealidades del sistema.

Finalmente, se propuso una metodología para determinar la estructura del modelo y aplicar las técnicas de modelado en base datos analizadas en este trabajo, siendo posible utilizar estos modelos para analizar el comportamiento de un sistema a lazo cerrado y diseñar sus controladores.

## Referencias

- [1] G. Dubois, *Modeling and Simulation*, Frist ed. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [2] S. J. M. Costa and K. Uzay, *Fuzzy decision making in modeling and control* vol. 27: World Scientific, 2002.
- [3] H. Hellendoorn and D. Driankov, *Fuzzy model identification: selected approaches*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] E. P. Klement and W. Slany, "Fuzzy logic in artificial intelligence," *Christian Doppler Laboratory Technical Reports*, vol. 67, 1994.
- [5] E. H. Mamdani and S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 7, pp. 1-13, 1975/01/01/ 1975.
- [6] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, pp. 116-132, 1985.
- [7] J. S. R. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 665-685, 1993.
- [8] L. Yliniemi, "Advanced Control of a Rotary Dryer," Process Engineering, University of Oulu, Oulu, 1999.
- [9] P. Feldmann and R. W. Freund, "Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 14, pp. 639-649, 1995.
- [10] S. L. Chiu, "Fuzzy model identification based on cluster estimation," *Journal of Intelligent & fuzzy systems*, vol. 2, pp. 267-278, 1994.
- [11] J. C. Bezdek, "Cluster validity with fuzzy sets," 1973.