

PROPAGACIÓN DE LA TOLERANCIA EN ASOCIACION DE RESISTORES PARA LAZOS DE CORRIENTE¹

José A. Terleski²; Matías G. Krujoski³; Jorge A. Olsson⁴; Víctor H. Kurtz⁵

¹ Trabajo de Investigación, Proyecto del Programa de Incentivos Código 16I142

² Integrante de Proyecto, Estudiante de Ingeniería Electromecánica, joseterleski@gmail.com

³ Integrante de Proyecto, Estudiante de Ingeniería Electrónica, matiaskrujoski@gmail.com

⁴ Integrante de Proyecto, Ingeniero Electricista, jorgealbertoolsson@gmail.com

⁵ Director de Proyecto, Ingeniero Electricista, kurtzvh@fio.unam.edu.ar

Resumen

El siguiente trabajo tiene como objetivo, verificar si la tolerancia real de la conexión en paralelo de resistores, se ajusta al establecido por el método de cálculo teórico de propagación de error. Al conectarse resistores en paralelo, el valor equivalente de resistencia varía dentro de un rango de tolerancia que se pretende determinar en forma teórica y verificar experimentalmente el método de cálculo presentado. Este análisis es motivado por la necesidad de aplicar arreglos de resistores en paralelo para la conversión de corriente en tensión en sistemas de lazo industrial de 4 a 20 mA.

El análisis experimental se ha realizado mediante la medición de resistores de igual valor nominal e igual tolerancia, con un instrumento de alta precisión tipo puente. Para ello, se ha utilizado un método de medición tipo puente con el fin de minimizar errores sistémicos.

Mediante la comparación de los resultados obtenidos con el método de cálculo propuesto y las mediciones experimentales, se determinó que existe una correlación entre ambos.

Palabras Clave: *Asociación de resistores – Lazo de corriente – Tolerancia.*

Introducción

En las pequeñas centrales hidroeléctricas, así como en la industria se utilizan una gran cantidad de sensores para medir diversas magnitudes físicas. Las señales proporcionadas por éstos generalmente tienen que ser transmitidas a una gran distancia para su procesamiento, el método del lazo de corriente es utilizado para transmitir sin alteraciones dichas señales.

Los sistemas de control actuales basados en PLC, computadoras y sistemas embebidos requieren que las señales de entrada se adecuen en un rango de 0 V a 5 V o 0 V a 10 V. Un método de conversión de corriente a tensión (I/V) comúnmente utilizado, se basa en la aplicación de resistores *shunt*. Para los rangos I/V planteados se hace necesario recurrir a resistores de 250 Ω o 500 Ω respectivamente; y a los efectos de disminuir el error en la conversión, estos resistores deben ser de baja tolerancia (componentes de precisión).

Los resistores de 250 Ω o 500 Ω no pertenecen a valores comerciales estándar normalizados en las series Ex; por lo tanto, resulta dificultosa su adquisición en el mercado por tratarse de componentes especiales. La alternativa de reemplazo propuesta

consiste en asociar en paralelo resistores de igual valor comercial estándar y baja tolerancia a fin de lograr un resistor equivalente a los requeridos.

La motivación para realizar este trabajo es determinar si la tolerancia del arreglo equivalente puede estimarse apropiadamente mediante un método de cálculo; a través de la comparación con ensayos experimentales. Con la finalidad última de validar el proceso de sustitución de resistores de precisión para aplicaciones en lazos de corriente.

Metodología

Primeramente, conociendo los valores nominales de las resistencias a ser utilizadas y las tolerancias de las mismas se procedió a calcular el valor teórico de la tolerancia para la combinación de dos y cuatro resistencias en paralelo, esto se hizo mediante la aplicación del método de cálculo de propagación de incertidumbre [1]. Para un arreglo de dos resistores en paralelo, la resistencia equivalente puede obtenerse según la ecuación 1.

$$R_{eq-2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad 1$$

En tanto que la aplicación teórica del método de propagación de incertidumbre con derivadas parciales sobre la expresión 1, resulta como en la ecuación 2.

$$\Delta R_{eq-2} = \left| \frac{\partial R_{eq-2}}{\partial R_1} \cdot \Delta R_1 \right| + \left| \frac{\partial R_{eq-2}}{\partial R_2} \cdot \Delta R_2 \right| \quad 2$$

Siguiendo un procedimiento similar se tiene que, para un arreglo de cuatro resistores en paralelo la resistencia equivalente puede obtenerse a través de la ecuación 3.

$$R_{eq-4} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad 3$$

En tanto que la propagación de la tolerancia para la expresión 3 mediante la aplicación del método de las derivadas parciales resulta como en la ecuación 4.

$$\Delta R_{eq-4} = \left| \frac{\partial R_{eq-4}}{\partial R_1} \cdot \Delta R_1 \right| + \left| \frac{\partial R_{eq-4}}{\partial R_2} \cdot \Delta R_2 \right| + \left| \frac{\partial R_{eq-4}}{\partial R_3} \cdot \Delta R_3 \right| + \left| \frac{\partial R_{eq-4}}{\partial R_4} \cdot \Delta R_4 \right| \quad 4$$

Una vez planteado el método teórico de cálculo para estimar la tolerancia del arreglo equivalente de resistores, se han realizado ensayos de medición para establecer una comparación entre ambos resultados. Para la toma de datos experimentales se seleccionó al azar cinco resistencias marca Vishay® [2] con valor nominal de 1 kΩ y una tolerancia de 0,1% (componentes de precisión - Imagen 1); las cuales fueron identificadas a los efectos de individualizarlas para los ensayos, asignándoles una letra a cada una.

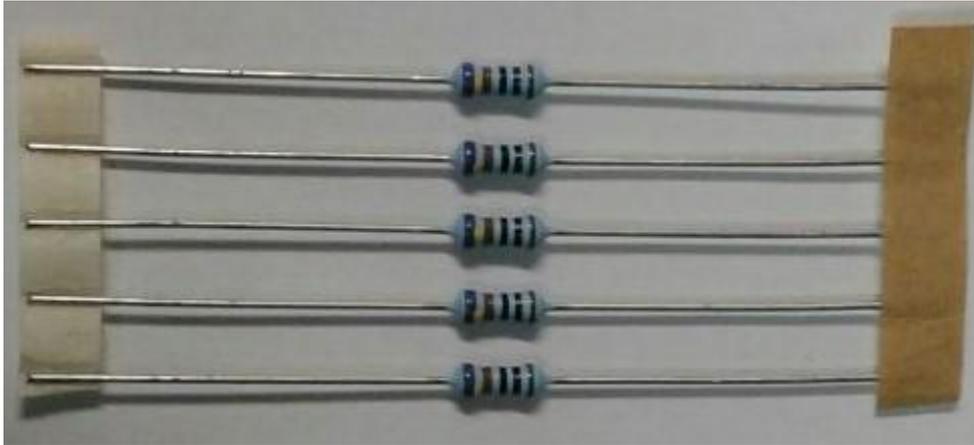


Imagen 1: Resistores seleccionadas.

En primera instancia se procedió a verificar si el valor real de los resistores seleccionados se ajustaba al rango de tolerancia especificado; para ello se midieron por separado los valores de resistencia de cada uno con un instrumento tipo puente en configuración de cuatro hilos, tomando lecturas para frecuencias de 100 Hz, 1 kHz y 100 kHz.

Finalmente, recurriendo a una placa de prototipado (*proto-board*) se montaron diversas combinaciones (con los cinco resistores seleccionados) de arreglos en paralelo con dos y cuatro resistores; y para cada una de ellas se midió la resistencia equivalente del arreglo con el mismo instrumento en configuración de cuatro hilos (Imagen 2) para las frecuencias de ensayo enunciadas previamente.

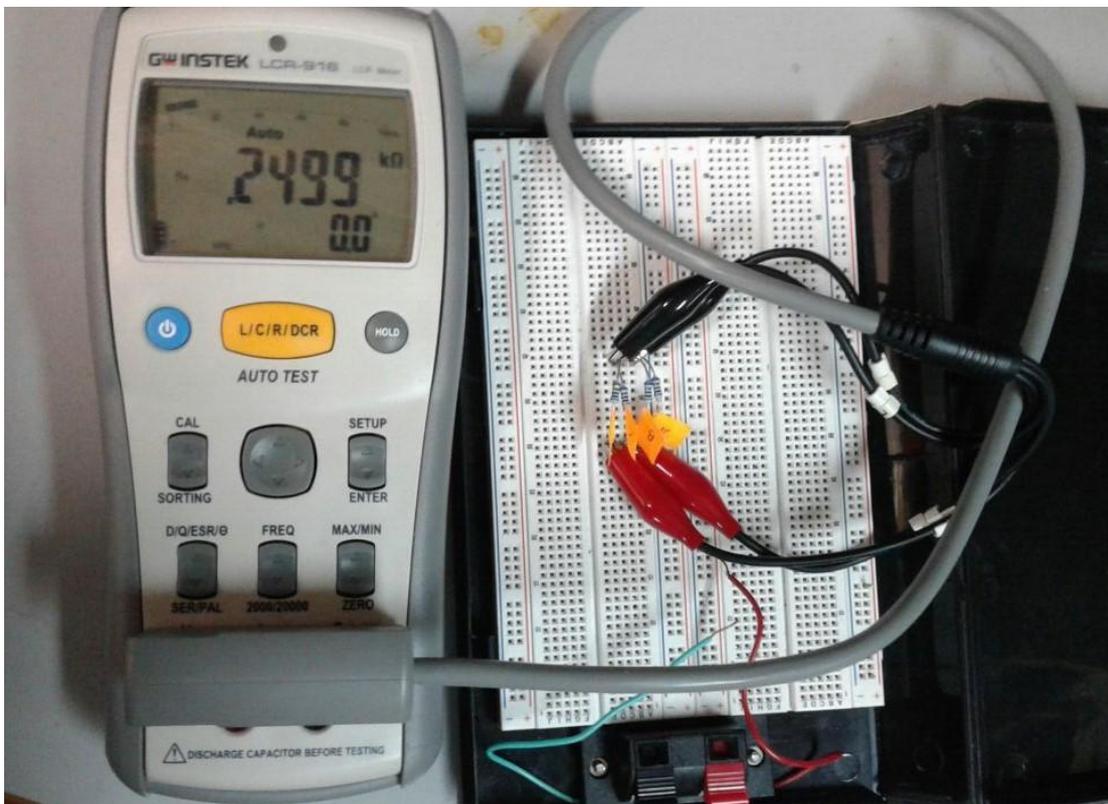


Imagen 2: Medición de las resistencias con puente.

Resultados y Discusión

Desarrollando algebraicamente la expresión 2 y simplificando con la consideración de que todos los resistores tienen igual tolerancia (es decir, $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R$) se obtiene que la tolerancia del equivalente para un arreglo de dos resistores en paralelo resulta como en la ecuación 5.

$$\Delta R_{eq-2} = \left| \frac{1}{4} \cdot \Delta R_1 \right| + \left| \frac{1}{4} \cdot \Delta R_2 \right| = \frac{1}{2} \Delta R \quad 5$$

Considerando que los resistores del arreglo son de igual valor nominal ($R_1 = R_2 = R$), la expresión 1 puede reducirse como en 6.

$$R_{eq-2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} \quad 6$$

Reescribiendo la tolerancia de los resistores en forma porcentual (0,1%) de su valor nominal, se puede hacer la sustitución presentada en 7.

$$\Delta R = 0,001 \cdot R \quad 7$$

Calculando la tolerancia del arreglo en forma porcentual a partir del resultado en 5 y 6 se obtiene la expresión 8.

$$Tolerancia_{eq-2} = \frac{\Delta R_{eq-2}}{R_{eq-2}} = \frac{\frac{\Delta R}{2}}{\frac{R}{2}} = \frac{\Delta R}{R} \quad 8$$

Teniendo en cuenta la sustitución descrita en 7, la tolerancia porcentual de 8 resulta como en 9.

$$Tolerancia_{eq-2} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{0,001 \cdot R}{R} = 0,001 \equiv \pm 0,1\% \quad 9$$

Analizando la ecuación 9 podemos apreciar que para dos resistencias de igual tolerancia conectadas en paralelo la tolerancia del arreglo equivalente en forma porcentual coincide con la tolerancia de cada una de ellas.

Siguiendo un procedimiento similar, la resistencia equivalente para un arreglo de cuatro resistores de la expresión 3 puede reducirse a la ecuación 10.

$$R_{eq-4} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{R}{4} \quad 10$$

En tanto que resolviendo algebraicamente y simplificando la expresión 4, se obtiene que la tolerancia del arreglo de cuatro resistores resulta como en 11.

$$\Delta R_{eq-4} = \left| \frac{1}{16} \cdot \Delta R_1 \right| + \left| \frac{1}{16} \cdot \Delta R_2 \right| + \left| \frac{1}{16} \cdot \Delta R_3 \right| + \left| \frac{1}{16} \cdot \Delta R_4 \right| = \frac{1}{4} \Delta R \quad 11$$

Expresando la tolerancia del equivalente en forma porcentual, según los resultados de 10 y 11, resulta como en la ecuación 12.

$$Tolerancia_{eq-4} = \frac{\Delta R_{eq-4}}{R_{eq-4}} = \frac{\frac{\Delta R}{4}}{\frac{R}{4}} = \frac{\Delta R}{R} \quad 12$$

Considerando la sustitución presentada en 7, la expresión 12 puede reducirse a la 13.

$$Tolerancia_{eq-4} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{0,001 \cdot R}{R} = 0,001 \equiv \pm 0,1 \% \quad 13$$

Observando el resultado en 13 puede apreciarse que también para un arreglo de cuatro resistores, la tolerancia porcentual del equivalente es igual a la tolerancia porcentual de cada uno de los resistores. De modo que se puede extender esta deducción, para una combinación de N resistencias en paralelo de igual tolerancia, la tolerancia porcentual teórica del equivalente es la misma.

Recurriendo al procedimiento de medición consignado previamente, en primera instancia fueron verificados de forma individual los cinco resistores seleccionados para la realización de los ensayos. En la Tabla 1 se presenta el análisis del valor real de resistencia respecto del nominal (1 kΩ) para comprobar si se encuentra dentro del rango de tolerancia especificado por el fabricante.

En la Tabla 1 puede observarse que todos los resistores medidos a 100 Hz y 1 kHz presentan valores de resistencia dentro del rango de tolerancia, según consigna el análisis. Sin embargo, para la medición realizada con 100 kHz los resistores A y C están fuera de rango; teniendo en cuenta la frecuencia típica de operación del lazo de corriente se considera como aceptables a dichos componentes.

Tabla 1: Verificación individual de la resistencia para los resistores bajo estudio

Frecuencia de medición	Resistor	Resistencia real [kΩ]	Tolerancia [%]	Análisis
100 Hz	A	0,9997	0,03	SI
	B	1,0002	0,02	SI
	C	0,9995	0,05	SI
	D	0,9999	0,01	SI
	E	1,0003	0,03	SI
1 kHz	A	0,9998	0,02	SI
	B	1,0002	0,02	SI
	C	0,9998	0,02	SI
	D	1,0001	0,01	SI
	E	1,0003	0,03	SI
100 kHz	A	0,9989	0,11	NO
	B	0,9993	0,07	SI
	C	0,999	0,1	NO
	D	0,9992	0,08	SI
	E	0,9994	0,06	SI

En la Tabla 2 se presentan los resultados de medición y análisis para el arreglo de dos resistores en paralelo; donde se puede apreciar que la tolerancia mínima para el arreglo es del orden del 0,02% y el máximo es del 0,08% para las frecuencias de 100 Hz y 1 kHz. Teniendo en cuenta que para éstas frecuencias de ensayo todos los resistores en forma individual ofrecen una resistencia admisible con su rango de tolerancia según la Tabla 1, puede considerarse validado el método de cálculo teórico propuesto en la ecuación 2 según los resultados de las expresiones 8 y 9.

En tanto que, para la medición a 100 kHz se aprecia que algunos de los arreglos compuestos por resistores cuya resistencia individual escapa al rango de tolerancia admisible (A y C según la Tabla 1) también presentan una tolerancia equivalente inadmisibles, es decir igual o mayor a 0,1%. Esta última observación nos permite concluir que sí para una determinada frecuencia de ensayo, al menos uno de los resistores del arreglo ofrece un valor de resistencia individual fuera del rango admisible; es probable que el arreglo presente una tolerancia equivalente inadmisibles, siendo determinante en este caso el valor de resistencia individual del componente restante.

Tabla 2: Resultados para arreglo paralelo de dos resistores

Frecuencia de medición	Resistores	Resistencia real [kΩ]	Tolerancia [%]	Análisis
100 Hz	B-E	0,4999	0,02	SI
	D-E	0,4999	0,02	SI
	A-B	0,4998	0,04	SI
	C-E	0,4998	0,04	SI
	A-C	0,4997	0,06	SI
	B-C	0,4997	0,06	SI
	C-D	0,4997	0,06	SI
	A-D	0,4996	0,08	SI
	A-E	0,4996	0,08	SI
	B-D	0,4996	0,08	SI
1 kHz	B-D	0,4999	0,02	SI
	C-E	0,4999	0,02	SI
	D-E	0,4999	0,02	SI
	B-C	0,4998	0,04	SI
	B-E	0,4998	0,04	SI
	C-D	0,4998	0,04	SI
	A-E	0,4997	0,06	SI
	A-B	0,4996	0,08	SI
	A-C	0,4996	0,08	SI
	A-D	0,4996	0,08	SI
100 kHz	B-E	0,4999	0,02	SI
	B-D	0,4996	0,08	SI
	C-E	0,4996	0,08	SI
	D-E	0,4996	0,08	SI
	A-B	0,4995	0,10	SI
	A-D	0,4995	0,10	SI
	C-D	0,4995	0,10	SI
	A-C	0,4994	0,12	NO
	A-E	0,4994	0,12	NO
	B-C	0,4994	0,12	NO

En la Tabla 3 se incluyen los resultados para los arreglos de cuatro resistores en paralelo. Donde puede apreciarse que, para todas las frecuencias de ensayo, algunos de los arreglos presentan un valor equivalente de resistencia compatible con la tolerancia esperada según el método de cálculo planteado en la ecuación 4 y los resultados de las expresiones 12 y 13. En cambio, hay otros arreglos cuya resistencia equivalente, para las diversas frecuencias de ensayo, resulta con una tolerancia superior a la estimada a través del cálculo. Considerando que ésta última situación corresponde al 60% de los casos ensayados, con un criterio conservador hacia la certidumbre en la precisión de la conversión I/V, se puede concluir que el método de cálculo propuesto en la ecuación 4 es fiable para estimar la tolerancia resultante de un arreglo de cuatro resistores en paralelo, teniendo ciertas consideraciones respecto a posibles errores de mediciones.

Tabla 3: Resultado para el arreglo paralelo de cuatro resistores

Frecuencia de medición	Resistores	Resistencia real [kΩ]	Tolerancia [%]	Análisis
100 Hz	A-B-C-D	0,2498	0,08	SI
	A-E-C-D	0,2498	0,08	SI
	A-B-C-E	0,2497	0,12	NO
	E-B-C-D	0,2497	0,12	NO
	A-B-E-D	0,2495	0,20	NO
1 kHz	A-B-C-D	0,2499	0,04	SI
	A-E-C-D	0,2499	0,04	SI
	E-B-C-D	0,2499	0,04	SI
	A-B-E-D	0,2498	0,08	SI
	A-B-C-E	0,2497	0,12	NO
100 kHz	A-E-C-D	0,2497	0,12	NO
	E-B-C-D	0,2497	0,12	NO
	A-B-C-D	0,2496	0,16	NO
	A-B-C-E	0,2496	0,16	NO
	A-B-E-D	0,2495	0,20	NO

Conclusiones

Basándonos en los resultados obtenidos podemos decir que, con el método de cálculo utilizado, siempre que tengamos una combinación de N resistencias en paralelo de igual tolerancia, esta sigue siendo la misma expresada en forma porcentual respecto de la resistencia equivalente.

Sin embargo, de la comparación entre los cálculos y los datos hallados experimentalmente podemos llegar a la conclusión de que al combinar dos resistencias en paralelo la teoría se condice con la práctica, y se puede calcular de esta forma la tolerancia equivalente, además se puede decir que si una de las resistencias que componen el arreglo se encuentra fuera del rango de tolerancia especificado por el fabricante, es probable que el arreglo también se encuentre fuera de la tolerancia equivalente.

En tanto que cuando se conectan cuatro resistores en paralelo, la tolerancia equivalente hallada por el método de cálculo utilizado no se condice con los resultados de las mediciones. Esta pequeña variación se debe a que al colocar las resistencias en el protoboard estábamos midiendo la resistencia de los contactos. Además, el instrumento utilizado realiza las mediciones con frecuencia, esto puede conllevar a que se produzcan inductancias parasita. Teniendo en cuenta estos posibles errores de medición que se introducen y que la variación de la tolerancia es pequeña, se puede utilizar el método para estimar la tolerancia equivalente.

Referencias

- [1] J. Stewart, Cálculo Multivariable, Cuarta ed., vol. 2, México: Tomsom Learning, 2003, pp. 913-915.
- [2] Vishay Beyschlag, «Ultra Precision Metal Film Leaded Resistors,» 07 Marzo 2016. [En línea]. Available: <https://www.vishay.com/docs/28726/uxa0204.pdf>. [Último acceso: Mayo 2017].