



## MODELADO MATEMÁTICO EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA: UN ENFOQUE DESDE LA FORMACIÓN POR COMPETENCIAS<sup>1</sup>

Víctor Kowalski; Iván Santelices Malfanti; Darío Enríquez; Mercedes Erck

<sup>1</sup>Trabajo de Enseñanza de la Ingeniería

### Resumen

El Modelado Matemático ocupa un lugar central en la disciplina Investigación Operativa en particular, pero también en la formación de ingenieros industriales. Los alumnos que cursan esta disciplina en las carreras de ingeniería industrial de la Universidad Nacional de Misiones de Argentina y la Universidad del Bío Bío de Chile constantemente muestran dificultades en algunas etapas del Modelado Matemático, a pesar de que los planes de estudio de ambas carreras contemplan en cursos anteriores contenidos relacionados con el Modelado Matemático. Por otra parte, dentro de un Modelo de Formación por Competencias a la hora de redactar una Competencia Específica o un Resultado de Aprendizaje sobre el Modelado Matemático se presentan algunas dificultades para el cuerpo docente. Este trabajo presenta los resultados de una actividad de investigación de ambas carreras, desde el enfoque de la Formación por Competencias, sobre el Modelado Matemático. De los resultados se desprende que el Modelado Matemático es una actividad de dominio cognitivo de orden superior implicando operaciones de pensamiento complejas lo cual debe conducir a una revisión profunda sobre cómo debe ser abordada la enseñanza del Modelado Matemático en una carrera de Ingeniería Industrial.

### Palabras Clave:

*Modelado Matemático –Ingeniería Industrial – Formación por Competencias*

### Introducción

La metodología utilizada por varios países latinoamericanos para diseñar los programas de formación de ingenieros enfocados a la Formación por Competencias (FPC) se menciona a continuación. A partir del Modelo Educativo propuesto por una Universidad, cada carrera formula el Perfil del Egresado. Luego, las Competencias Específicas se formulan de acuerdo a cómo se han desagregado los Dominios Disciplinarios en Dominios de Competencias. Una vez definidos los Dominios de Competencias, se formulan las Competencias Específicas y las Genéricas. Finalmente se redactan los Resultados de Aprendizaje (RA) que aseguren la formación de las competencias específicas. El Marco Europeo de Cualificaciones para el Aprendizaje Permanente, o EQF, (Comisión Europea, 2009) define los RA como la “expresión de lo que una persona sabe, comprende y es capaz de hacer al culminar un proceso de aprendizaje”. Un RA se compone de los siguientes elementos: (Verbo de Desempeño) + (Objeto de Conocimiento) + (Finalidades) + (Condiciones de Referencia o de Calidad) (UBB-Vicerrectoría



Académica, 2013).

Por otra parte, la actividad fundamental del ingeniero es resolver problemas, donde el Modelado Matemático (MM) ocupa un lugar central, particularmente en asignaturas como es el caso de Investigación Operativa (IO). Actualmente, con el uso masivo de software, particularmente algunos de fácil acceso y disponibilidad, la resolución de algoritmos “a mano” que consumía gran parte del tiempo de las actividades en IO ha dejado de ser uno de los focos de atención. En esta dirección, García Sabater y Maheut (2015) sostienen que “el problema ha dejado de ser cómo resolver el modelo, el problema es modelar la realidad e interpretarla a través del modelo” ya que “La matemática y su hija menor, la informática, nos han proporcionado un buen modo de resolver”.

Anteriormente, cuando los algoritmos se resolvían “a mano”, las situaciones que se les presentaban a los alumnos tenían una complejidad relativamente baja, y éstos manifestaban una mayor facilidad para la tarea, casi mecanizada, de resolver el algoritmo. En cambio presentaban una dificultad moderada particularmente en las etapas del MM de pasaje del mundo real al simbólico y la inversa, que es la interpretación de los resultados. Con la posibilidad de resolución de los algoritmos mediante software, se presentan a los alumnos situaciones más complejas que se acercan a los problemas profesionales reales. Como consecuencia se agravan las dificultades en las etapas del MM que se relacionan con la frontera mundo real – mundo simbólico.

En este contexto, a la hora de redactar un RA que tenga que ver con el MM, se plantean una serie de interrogantes, como ser:

- • ¿el MM está vinculado con un verbo o con un contenido conceptual?
- 
- • ¿el MM es una finalidad o una condición de referencia?
- 
- • ¿qué categoría o nivel de pensamiento cognitivo ocupa el MM?
- 
- • ¿cómo debe tratarse el aprendizaje y entrenamiento del MM?

Estos son algunos de los interrogantes que dieron origen a estudiar con mayor profundidad las características de los procesos cognitivos, desde el enfoque de la FPC, así como el papel que debe desempeñar el MM en la formación de ingenieros industriales. A partir de ello se pueden plantear algunas hipótesis de trabajo para mitigar las dificultades señaladas.



Por otra parte, la revisión y reflexión de las prácticas docentes dentro de un Modelo de FPC conduce a un replanteo conceptual sobre el MM, cuyo alcance va más allá de lo que ocurre en los cursos de IO. Este trabajo discute y analiza cómo debe ser abordado el MM en un plan de estudios de una carrera de Ingeniería Industrial a los efectos de mitigar los inconvenientes que se suscitan en esta dirección, y proponer posibles alternativas de solución.

## Metodología

En este trabajo se presenta un segmento de un proyecto de investigación en FPC que se está desarrollando en la FIUNaM, en el cual se ha trabajado en conjunto con la asignatura IO de la FIUBB, utilizando un enfoque mixto, que combina los enfoques cualitativos y cuantitativos. Si bien la investigación general del proyecto se realiza bajo el paradigma pragmático (Mertens, 2010), la estrategia que se ha utilizado aquí es el estudio de caso y el análisis de la práctica interpretativa. La revisión bibliográfica se centra fundamentalmente en publicaciones referenciales de la MM, tanto en la formación de ingenieros como en la formación matemática, y por otra parte, sobre conceptos centrales de la FPC que sostienen el proyecto de investigación.

## Resultados y Discusión

### Conceptualizaciones, Resultados y Discusiones

#### Modelado en Ingeniería Industrial

La definición de Ingeniería Industrial que propone actualmente el *Institute of Industrial and Systems Engineers* (antiguamente el *American Institute of Industrial Engineers*) es la siguiente: *La Ingeniería Industrial se ocupa del diseño, mejora e instalación de sistemas integrados de personas, materiales, información, equipamiento y energía. Se basa en conocimientos especializados y habilidades de ciencias matemáticas, físicas y sociales, junto con los principios y métodos de análisis y de diseño de la ingeniería, para especificar, predecir y evaluar los resultados a ser obtenidos de aquellos sistemas* (Badiru, 2014). Por otra parte, la tarea del ingeniero en general consiste básicamente en resolver problemas, ya que inclusive el propio concepto de diseño implica la búsqueda de una solución a un problema. La metodología de resolución de problemas implica un “saber-hacer”, utilizando ciertos conocimientos que son propios a la profesión, y además ciencias básicas, entre las cuales se encuentra la matemática.

La acción de resolver problemas puede ser descrita a través de una serie de pasos (Anderson et al., 2011): “1. Identificar y definir el problema; 2. Determinar el conjunto de soluciones alternas; 3. Determinar el criterio o criterios que se utilizarán para evaluar las alternativas; 4. Evaluar las alternativas; 5. Elegir una alternativa; 6. Implementar la alternativa seleccionada y 7. Evaluar los resultados para determinar si se ha obtenido una solución satisfactoria” (Anderson et al., 2011). Para estos autores los pasos 4 y 5 constituyen el “Análisis del Problema” donde se puede utilizar



un enfoque cualitativo, cuantitativo o una combinación de ambos dependiendo de las características del problema. En consecuencia, pasados los tres primeros pasos, y de recurrirse al análisis cuantitativo, el modelado matemático y su posterior resolución tiene un papel central (Anderson et al., op. cit.).

Sobre el concepto de modelo, Ackoff y Sasieni (1968) propusieron una de las definiciones más simples: “Un modelo es una representación de la realidad”. Pidd (2003) propone una definición más integral: “Un modelo es una representación explícita y externa de parte de la realidad como la ven las personas que desean usar el modelo para entender, cambiar, gestionar y controlar dicha parte de la realidad”. En tanto Box et al. (2005) enuncian que “Lo más que se puede esperar de cualquier modelo es que puede suministrar una aproximación útil a la realidad” de lo cual ha surgido un aforismo que reza: “todos los modelos están equivocados, algunos modelos son útiles”. Finalmente García Sabater y Maheut (op. cit.) afirman sobre los modelos que “no son la realidad, son el atajo que nos permite aprehenderla” y además son externos: “Mientras no tienen una representación externa respecto del modelador son simplemente una teoría mental del mismo. En esa presentación externa radica una de las grandes ventajas de los modelos: ponen negro sobre blanco los pensamientos, los datos, las hipótesis y las intuiciones”.

Desde el ámbito de la IO, Eppen et al. (2000) sintetizan el papel del modelado en la toma de decisiones de la siguiente manera: una vez definido el problema a resolver, a través de un proceso de abstracción se pasa del mundo real al mundo simbólico construyendo un modelo, que luego es analizado y resuelto (en el mundo simbólico), para finalmente a través de un proceso de interpretación de los resultados volver al mundo real para tomar la decisión.

Para resumir el sub-apartado, se puede afirmar que si bien el Modelado no es la única herramienta para resolver problemas, ocupa un lugar central en la actividad del ingeniero industrial.

## **Modelado Matemático**

Cuando se adjetiva la palabra modelado con “matemático” surgen una serie de connotaciones que no son menores, y ponen en evidencia algunos inconvenientes con la matemática en la formación de ingenieros. A continuación se realiza una breve revisión de publicaciones de autores como Niss, Blum, Galbraith y Borromeo Ferri, referentes mundiales del MM, que además son, o han sido, editores de las publicaciones de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI). Se puede afirmar que prácticamente la mayoría de las publicaciones sobre el MM, y sus relaciones con la enseñanza de matemática en ingeniería, referencian a estos autores. Niss, Blum y Galbraith (2007) se refieren al MM como el proceso (ciclo de modelado) que ocurre entre la matemática y el mundo extra-matemático, que pertenece al “mundo real”. Diferencian los conceptos de MM de la Resolución de Problemas Aplicados, y en tal sentido proponen dos categorías en la educación que producen una dualidad: “aplicaciones y modelado para aprender matemática”, y “aprender matemática para desarrollar la competencias de aplicar matemática y



construir modelos matemáticos”. A niveles de educación superior, como el caso de las ingenierías, “la dualidad a veces se mantiene deliberadamente implícita a fin de difuminar lo que es el objetivo y lo que es el medio de la enseñanza de la matemática” (ibídem). Esto conduce al concepto erróneo de que una sólida formación matemática hará que el alumno o el profesional, *per se*, podrá hacer las correspondientes aplicaciones en cualquier área. Estos autores sostienen que “existe una amplia evidencia desde la práctica y la investigación que no existe una transferencia automática” (ibídem). En primer lugar diferencian entre modelado y aplicaciones, proponiendo dos preguntas: para el modelado, ¿dónde puedo encontrar algo de matemática que me ayude con este problema?; en tanto, para las aplicaciones ¿dónde puedo usar esta pieza particular del conocimiento matemático? Finalmente, cuando Niss, Blum y Galbraith diferencian el Modelado de los Problemas de Aplicación categorizan tres situaciones: Problemas de Palabras, a los que caracterizan como “vestir” matemáticamente una situación; Aplicaciones Estandarizadas, donde el modelo se “encuentra a mano”; y Problemas de Modelado, donde se da el proceso completo, ya que el modelo matemático debe ser formulado (creado), resuelto e interpretado. Si bien estos autores sostienen que no existe una jerarquización entre estas categorías, ya que cada una tiene un propósito diferente, las competencias requeridas al alumno o al profesional en cada caso son distintas. Esta mirada proviene del mundo matemático con el objetivo de dar sentido a la disciplina en carreras no matemáticas. Aunque estos conceptos sean válidos, lo importante a tener en cuenta en una carrera de ingeniería es quién y cómo tiene que ocuparse de la cuestión. Si el profesorado de matemática se concentra en la disciplina por sí misma, bajo el lema de que “cuanto más matemática y más compleja sea” equivale a un mejor nivel de formación, y luego los alumnos en los cursos superiores no saben qué hacer con ella, se produce una desconexión entre “las matemáticas que aprenden en el ciclo básico y las que requieren usar en los cursos de ingeniería en el superior” como señalan Vázquez et al. (2015).

Siguiendo dentro del mundo de la enseñanza matemática, Blum y Borromeo-Ferri (2009) proponen un ciclo de modelado compuesto por siete etapas: 1.construcción, 2.simplificación/estructuración, 3.matematización, 4.trabajo matemático, 5.interpretación, 6.validación, y 7.exposición. El paso 4 se da en el “mundo matemático”, en tanto los pasos 1, 2, 6 y 7 en el “resto del mundo”. El paso 3 es el pasaje de este último mundo al primero y el paso 5 es el camino inverso. Estos autores demuestran que este proceso no es lineal sino cíclico, que cada estudiante sigue trayectos diferentes, y además afirman que estos pasos, o tareas, son difíciles para los alumnos porque el modelado está asociado a otras competencias o habilidades, como ser “lectura y comunicación, diseño y aplicación de estrategias de resolución de problemas, o trabajar matemáticamente (razonar, calcular, ...).

## **Modelado Matemático en Ingeniería Industrial**



Sea cual fuere el ciclo del MM, el propuesto por Eppen et al. para la toma de decisiones, o el de Blum y Borromeo-Ferri, las grandes dificultades detectadas en los alumnos de las asignaturas de IO de la FIUNaM y de la FIUBB, siempre están centradas en los pasajes entre el mundo real (o resto del mundo) y el mundo simbólico (o mundo matemático).

Recordando la definición de Ingeniería Industrial, el MM es uno de los factores que le da sentido al estudio de la matemática en ingeniería, ya que el ingeniero es un “usuario” de ella, en el sentido que propone Gómez i Urgellés (2008). Por otra parte resulta difícil poder “especificar, predecir y evaluar los resultados a ser obtenidos de sistemas integrados de hombres, máquinas y equipamiento” sin el MM, a menos que se haga uso de la simple intuición, con lo cual a su vez carece de sentido formar ingenieros. No obstante ello no está libre de costos, ya que para lograr ingenieros industriales verdaderamente competentes en el MM deben realizarse cambios profundos, desde el inicio de los estudios de la carrera. En esta dirección Vázquez et al. (op. cit.) cuando hablan de las diferencias entre el ciclo básico y el superior, consideran que “el uso de actividades de modelación matemática en los primeros años de carrera puede resultar un puente para conectar mejor los dos ámbitos”.

Además, Blum y Borromeo-Ferri (op. cit.) afirman que el modelado “es difícil también para los profesores, por las necesidades del conocimiento del mundo real, y además la enseñanza se hace más abierta y menos predecible”. Finalmente, respecto de los profesores sentencian que “tienen que saber un amplio espectro de modos de intervención, y sobre todo intervenciones estratégicas” (ibídem).

Del presente sub-apartado, así como del anterior, se pueden sintetizar tres puntos clave:

- No existe antinomia entre la ingeniería y la matemática. Lo que sí puede existir en la formación de ingenieros es que algunos docentes de matemática aún no han comprendido el papel de la matemática en ingeniería.
- El MM es un proceso complejo, no necesariamente algorítmico, y por lo tanto requiere que el cuerpo docente sea consciente de ello.
- Los docentes deben ser tutores y mediadores pedagógicos, más que simples transmisores de conocimientos.

## Competencias y Modelado Matemático

En la Introducción se mencionó que la redacción de los RA es una de las etapas a cumplir cuando un espacio curricular se los orienta a la FPC, y además se indicó cuál es la estructura para su redacción. En general para la determinación del verbo se recomienda el uso de la Taxonomía de Bloom (Kennedy, 2007). La Taxonomía de Bloom para los objetivos educacionales está basada en tres dominios (Kennedy, op. cit.): Cognitivo, Afectivo y Psicomotor. Según este autor el plano cognitivo “describe como construimos sobre lo anteriormente aprendido para desarrollar niveles más complejos de comprensión” y establece seis niveles, los cuales son, desde el más bajo hasta



el superior: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. Los tres primeros niveles son denominados categorías de orden inferior, en tanto los otros tres son de categoría superior, porque implican operaciones de pensamientos más complejas. Una de las revisiones de la taxonomía de Bloom fue la de Anderson y Krathwohl que pasó de los sustantivos a los verbos y ubicó al verbo “crear”, asociado estrechamente con el verbo “diseñar” en el nivel superior (Krathwohl, 2002).

Existen numerosas tablas con verbos para la Taxonomía de Bloom en diversos documentos y publicaciones, cuya enumeración escapa a los objetivos del presente trabajo. A modo de síntesis se puede comentar que el verbo “modelar” (o *model* en la bibliografía en idioma inglés), o bien no figura, o bien aparece en diferentes niveles: 3 (de Aplicación), 4 (de Análisis) o 5 (de Síntesis). Para resolver esta incertidumbre, un atajo podría ser utilizar los verbos que figuran en la mayoría de las tablas, y utilizar el modelo como objeto de conocimiento. Por ejemplo, “aplicar modelos matemáticos para ...”, o “crear modelos matemáticos para ...” También podría recurrirse a ubicar el MM en el contexto, sea como condición de referencia o como finalidad. Entonces la frase podría quedar como “resolver ciertos problemas utilizando el MM y ...”. Sin embargo esto no resuelve la cuestión de fondo, que es encontrar el lugar que realmente le corresponde al verbo modelar.



Es por ello que se ha debido recurrir a otras alternativas, por ejemplo la Taxonomía de Niveles de Profundidad del Conocimiento (*Depth of Knowledge - DOK*) de Webb (2002), la cual se enfoca en lo que puede hacer el alumno con lo que aprende, es decir está orientada al saber-hacer. Esta taxonomía, que integra a la de Bloom establece cuatro niveles de profundidad de conocimiento: NI: Pensamiento Memorístico (*Recall & Reproduction*), NII: Pensamiento de Procesamiento (*Skills & Concepts*), NIII: Pensamiento Estratégico (*Strategic Thinking/Reasoning*) y NIV: Pensamiento Extendido. Webb (op. cit.) estableció estos niveles para cuatro áreas disciplinares: lengua, matemática, ciencias y sociales. Utilizando esta taxonomía junto a la de Bloom, Hess (2006) elabora una matriz denominada Matriz de Rigor Cognitivo, fundamentalmente con el objeto de mejorar tanto la enseñanza como la evaluación. Esta matriz tiene entre sus filas las seis categorías de Bloom y en las columnas los cuatro niveles de Webb. En la matriz que corresponde a ejemplos sobre matemática y ciencia, los modelos aparecen únicamente en el quinto nivel de Bloom (Síntesis) y en los tres niveles superiores de Webb. En el NII de Webb figura “usar modelos para representar conceptos matemáticos”, en el NIII “desarrollar un modelo científico/matemático para una situación compleja” y en el NIV “diseñar un modelo matemático para informar y resolver una situación práctica o abstracta” (ibídem). De aquí se desprende la complejidad del Modelado Matemático y la razón por la cual no puede ser tratado simplemente como un contenido cognitivo. El hecho que se encuentre en el quinto nivel de Bloom (síntesis) implica que el estudiante debe haber pasado previamente por los cuatro niveles del dominio cognitivo: conocimiento, comprensión, aplicación y análisis para tratar genuinamente con modelos matemáticos, y recién a partir de allí se puede demandar al alumno que sea capaz de usarlos. Por otra parte, como el MM no se lleva en ingeniería en abstracto, sino con una meta particular, no se puede modelar si no es posible integrar ni movilizar recursos de otras disciplinas.

Dado que estos procesos están estrechamente vinculados con la creatividad y la capacidad de abstracción, y no siguen un proceso lineal estructurado, es por ello que frecuentemente son uno de los principales generadores de dificultades en los estudiantes.

## Conclusiones

Las dificultades que representa el MM para los alumnos han estado siempre en IO. Si bien cada carrera en función de las políticas institucionales define su perfil, competencias, resultados de aprendizaje, asignaturas, contenidos, el MM es uno de los ejes principales sobre los cuales debe girar la actuación del ingeniero industrial.

El MM puede ser tratado eventualmente como una finalidad o una condición de referencia, e inclusive como un contenido. No obstante, fundamentalmente debe ser tratado como un verbo de acción, ya que debe ser un saber-hacer intrínseco al ingeniero industrial. En consecuencia debe ser una Competencia, de tipo transversal o genérica tecnológica, ya que no es posible que un ingeniero industrial pueda predecir y evaluar los sistemas integrados de personas, materiales, información, equipamiento y energía, sin esta herramienta, habida cuenta de las posibilidades que





ofrecen hoy los recursos informáticos. Como Resultado de Aprendizaje debe estar presente en la mayoría de las asignaturas que permitan el MM de diferentes situaciones que exijan la integración de contenidos.

Por otra parte, ocupando el nivel de pensamiento cognitivo superior más elevado, implica además del dominio de recursos de las ciencias básicas, así como de las tecnologías básicas y aplicadas, un entrenamiento que no puede ser resuelto únicamente en un espacio curricular, como ser una asignatura. Modelar es una saber-hacer complejo que implica creatividad así como la articulación de los tres dominios, Cognitivo, Afectivo y Psicomotor, y por lo tanto se aprende haciendo. Por esta razón es una actividad que debe ser practicada desde el inicio de la carrera, cuestión que obliga a los docentes a asumir otro rol, y a los directivos a generar los puentes necesarios para alinear al MM con toda la carrera. Es necesario crear entonces equipos interdisciplinarios que auxilien a los docentes, particularmente a los de ciencias básicas, en el arte del Modelado Matemático.

## Referencias

- Ackoff, R, Sasieni, M. (1968). *Fundamentals of Operations Research*. Michigan: Wiley
- Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., Camm, J., Martin, K. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios*. 11 ed. México: Cengage Learning.
- Badiru, A. (2014). General introduction. En A. B. Badiru (Ed.), *Handbook of Industrial and systems engineering*. 2da ed. (pp. 3-14). Boca Raton: CRC Press.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(1), 45-48.
- Box, G., Hunter, W., Hunter, J. (2005). *Statistics for Experimenters*. 2da. ed. New Jersey: Wiley.
- Comisión Europea (2009). *El Marco Europeo de Cualificaciones para el aprendizaje permanente (EQF-MEC)*. Luxemburgo: Oficina de Publicaciones Oficiales de las Comunidades Europeas.
- Eppen, G., Gould, F., Schmidt, C., Moore, J., Weatherford, L. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa: Construcción de Modelos para la toma de Decisiones con Hojas de Cálculo Electrónicas*. 5. ed. México: Prentice-Hall.



- García Sabater, J. P., Maheut, J. (2015). *Modelado y Resolución de Problemas de Organización Industrial mediante Programación Matemática Lineal*. Disponible en <http://personales.upv.es/jpgarcia/LinkedDocuments/modeladomatematico.pdf>. Acceso 15 de Octubre de 2015.
- Gómez i Urgellés J. (2008). La ingeniería como escenario y los modelos matemáticos como actores. *Modelling in Science Education and Learning*. Vol. 1, N° 1. pp.3-9.
- Hess, K. (2006). *Exploring Cognitive Demand in Instruction and Assessment*. Recuperado de: [http://www.nciea.org/publications/DOK\\_ApplyingWebb\\_KH08.pdf](http://www.nciea.org/publications/DOK_ApplyingWebb_KH08.pdf).
- Kennedy, D. (2007). *Redactar y utilizar resultados de aprendizaje*. Cork: University College Cork.
- Krathwohl, D. (2002). A revision of bloom's taxonomy: an overview. *Theory Into Practice*. Vol. 4, N°2. pp 212-218.
- Mertens, D. (2010). *Research and Evaluation in Education and Psychology: Integrating Diversity with Quantitative, Qualitative, and Mixed Methods*. 3rd. ed. California, London, New Delhi: SAGE Publications.
- Niss, M., Blum, W., Galbraith, P. y Henn, W. (Eds). (2007). *Modelling and Applications*. In *Mathematics Education – the 14th ICMI study*. New York: Springer. pp 3-32.
- Pidd, M. (2003). *Tools for Thinking Modelling in Management Science*. 2. ed. London: Wiley.
- Vázquez, R., Romo, A. y Trigueros, M. (2015). Un contexto de modelación para la enseñanza de matemáticas en las ingenierías. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Chiapas. México.
- Universidad del Bío-Bío. Vicerrectoría Académica (2013). *Manual de Elaboración de Programas de Asignaturas: Material de apoyo para la implementación del Modelo Educativo en el marco del proceso de Renovación Curricular en la Universidad del Bío-Bío*. Concepción: Universidad del Bío-Bío.
- Webb, N. (2002). *Depth-of-Knowledge Levels for Four Content Areas*. unpublished paper.