# ESTUDIO DE FUNCIONES ASINTÓTICAS UTILIZANDO EL PAQUETE “GEOGEBRA”[1]

Pedro Oscar Semeniuk[2]

[1] Experiencias de cátedra.
[2] Autor, Ingeniero Electricista, semeniuk@fio.unam.edu.ar

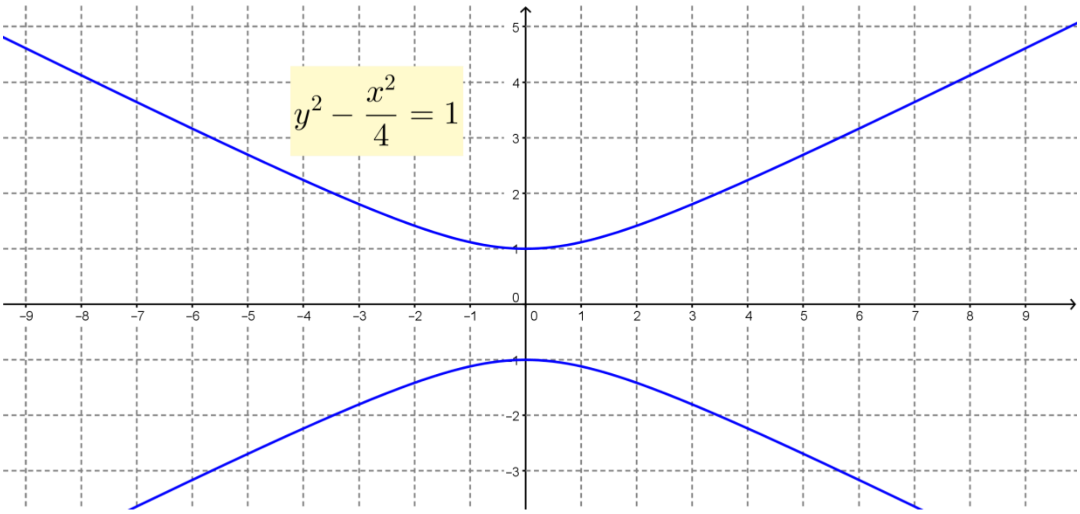
## Resumen
Geogebra es un potente programa de Matemática Dinámica, muy versátil, con la capacidad de manejar geometría interactiva, álgebra, cálculo y las estadísticas con sus registros gráficos, la organización en tablas y la formulación simbólica.
Es un programa de fuente abierta, libre y accesible en el internet para su descarga. Está en continuo crecimiento y perfeccionamiento.
En este caso, para el estudio de funciones asintóticas, lo que pretendo, además de visualizar las gráficas, es, aprovechando la función “zoom”, hacer un cambio de escala dinámico con lo que se logra una visión micro y macro de las funciones.

**Palabras clave:** *funciones asintóticas – Geogebra*

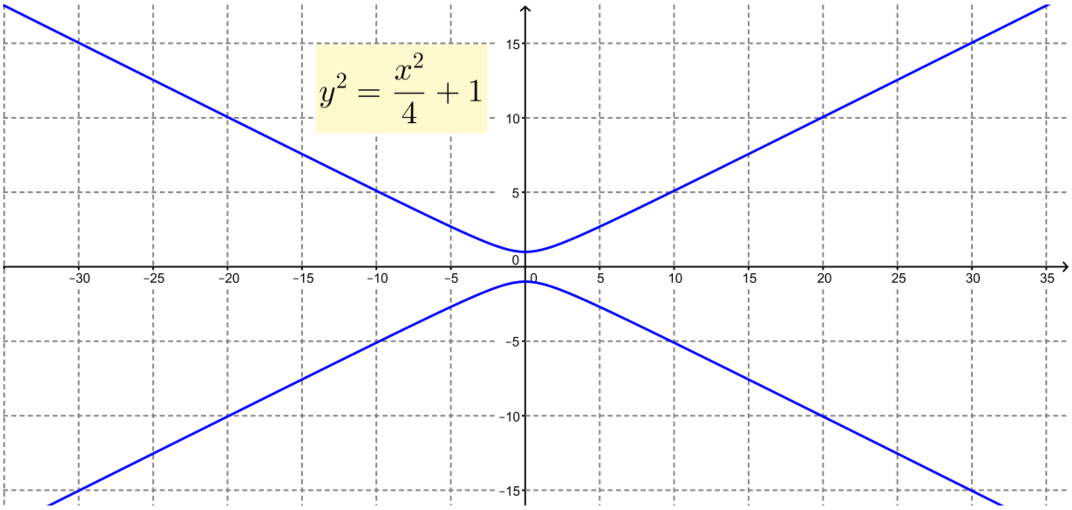
## Introducción
Las curvas asintóticas, merecen un estudio especial, para lo cual, utilizo algunos casos que servirán de ejemplo. El análisis lo realizo utilizando el paquete “GeoGebra”, el cual permite obtener vistas micro y macro en forma dinámica.

## Metodología
Para el primer ejemplo analizo la gráfica de una hipérbola centrada en el origen, cuya ecuación es: $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

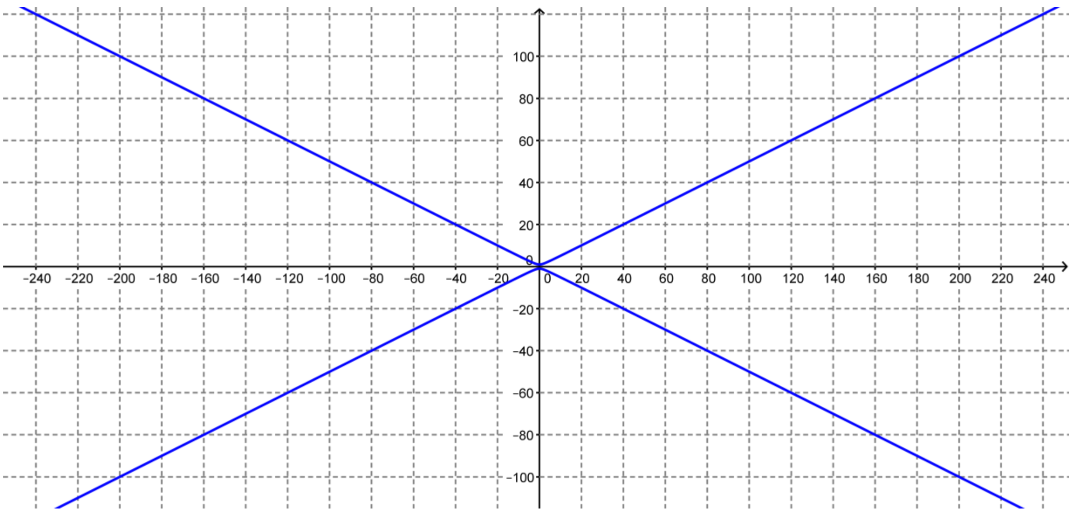
Pudiéndose expresar como: $y^2 = \frac{x^2}{4} + 1$



Cuando $x \to \infty$, también $y \to \infty$ y en la ecuación, el 1 se puede despreciar, quedando la expresión $y^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2$, que a su vez, permite dos soluciones posibles:
Por un lado la recta $y = \frac{1}{2}x$ y por otro, la recta $y = -\frac{1}{2}x$ que a su vez, son las asíntotas de la hipérbola.
En la gráfica, solamente se visualiza el comportamiento en las cercanías del centro de la cónica. Para visualizar la gráfica cuando $x \to \infty$, aprovecho las bondades de Geogebra realizando una vista macro (alejamiento del centro).




Haciendo otro alejamiento:



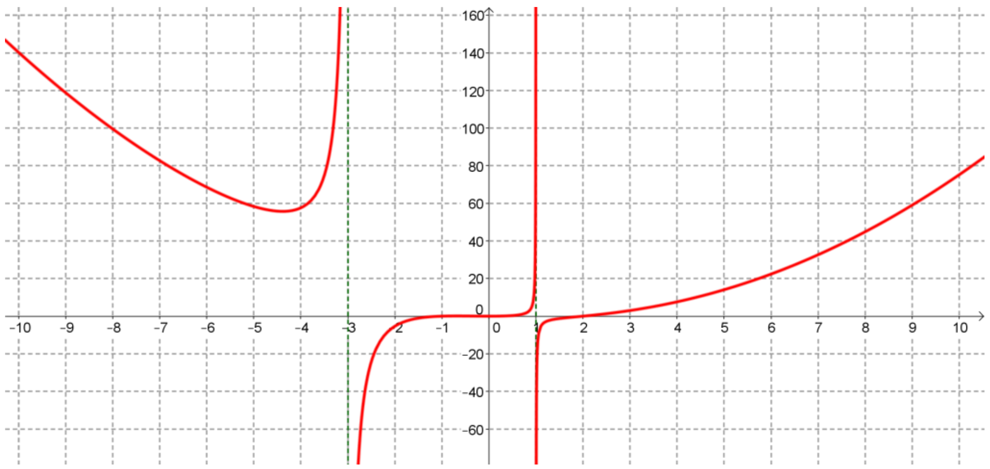

Lo que vemos en la gráfica son las asíntotas o sea la recta $y = \frac{1}{2}x$ como así también la recta $y = -\frac{1}{2}x$

Otro ejemplo es el de una función racional fraccionaria del tipo $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$

- En forma factorizada: $y = \frac{(x+1)(x-2)x^2}{(x-1)(x+3)}$

- En forma desarrollada: $y = \frac{x^4 - x^3 - 2x^2}{x^2 + 2x - 3}$

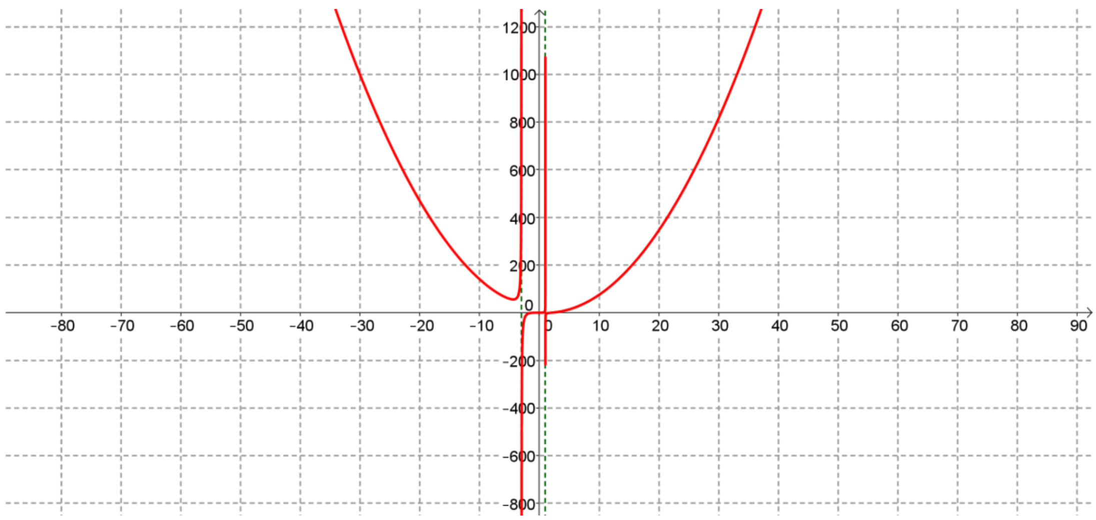
  La gráfica en la cercanía de los polos y ceros es:



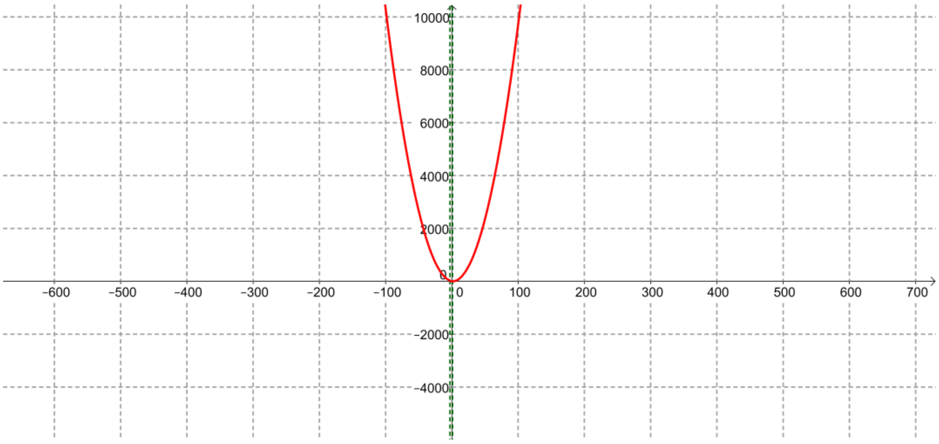

Recordando que $D(x) = C(x) \cdot d(x) + R(x)$, que a su vez se puede expresar como $\frac{D(x)}{d(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{d(x)}$ , podemos expresar la función como:

$$y = x^2 - 3x + 7 + \frac{-23x + 21}{x^2 + 2x - 3}$$

Cuando $x \to \infty$, $\frac{R(x)}{d(x)} \to 0$ y lo que se observa al alejarnos del origen, es el cociente $C(x)$. Utilizando otra vez la función "zoom" del Geogebra, lo que visualizamos es solamente el cociente.




Con un nuevo alejamiento, lo único que predomina y se visualiza es una función cuadrática, que en este caso es $C(x) = x^2 - 3x + 7$




**Resultados y discusión**

Esta herramienta ya la he podido probar en el aula, logrando excelentes resultados en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

**Conclusiones**

La mejor forma de probar esta herramienta es en el aula, y en este caso pude comprobar las bondades del paquete “Geogebra” en el análisis de las funciones asintóticas. Además de visualizar polos y ceros, se logró la comprensión del concepto de límite.

Por parte de los alumnos, se tuvo mucha aceptación.

**Referencias**

Grossman, Stanley I. (1997). *Algebra lineal.* México: Mc Graw Hill.

Zill, Dennis G. (1985). *Cálculo con Geometría Analítica.* Mexico: Grupo Editorial Iberoamérica.

Sadosky, Manuel, Guber, Rebeca Ch. de (2004). *Elementos de cálculo diferencial e integral.* Buenos Aires: Librería y Editorial Alsina.